VISIT…

КРИОГЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Под редакцией академика АН СССР
Н. Н. ШЕРЕМЕТЬЕВСКОГО

МОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ 1985

Б
К
У

Рецензент акад. И. А. Глебов

К82 **Криогенные** электрические машины/ А. С. Веселовский, В. И. Геминтерн, Е. В. Лебедева и др.; Под ред. Н. Н. Шереметьевского. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 168 с. ил.

В пер.: 1 р. 70 к. 3400 экз.

Обобщены исследования в области создания криогенных электрических машин, получивших в последнее время распространение в мировой практике электромашиностроения. Даны классификация и анализ конструкции криогенных электрических машин различных типов. Приведена методология электромагнитного, теплового и механического расчетов.

Для научных работников и инженеров в области электрических машин.

ББК 31.26
6П2 1.081

ЕРАФИМОВИЧ ВЕСЕЛОВСКИЙ
МИР ИЛЬИЧ ГЕМИНТЕРН
ЛАДИМИРОВНА ЛЕБЕДЕВА
ЗР МЕХОЛОВИЧ НАХАМКИН
НИКОЛАЕВИЧ ПЛЕЩУНОВ
РД ЛЬВОВИЧ ПОЗНЯК
Р ДАВИДОВИЧ РОЗЕНКНОП
АЛЕКСАНДР МОИСЕЕВИЧ РУБИНРАУТ
НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ ШЕРЕМЕТЬЕВСКИЙ
АЛЕКСАНДР ЛЬВОВИЧ ЦЫРЛИН

КРИОГЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Редактор *Б. Л. Алиевский*
Редактор издательства *Н. Б. Фомичева*
Переплет художника *С. А. Киреева*
Художественный редактор *В. А. Гозак-Хозак*
Технический редактор *В. В. Хапаева*
Корректор *Г. А. Полонская*
ИБ № 3178

Сдано в набор 17. 04. 85 Подписано в печать 02. 07. 85 Т-08991
Формат 84 × 108¹/₃₂ Бумага кн.-журн. имп. Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 8,82 Усл. кр.-отт. 9,03 Уч.-изд. л. 9,92
Тираж 3400 экз. Заказ 287 Цена 1 р. 70 к.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО «Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова» Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113054, Москва, М-54, Валовая, 28

© Энергоатомиздат, 1985

ПРЕДИСЛОВИЕ

Явление сверхпроводимости, открытое более 70 лет назад, только в последние годы начинает находить практическое применение. Это стало возможным после создания проводов на основе сверхпроводников из сплавов и интерметаллических соединений с большими значениями критического тока и магнитной индукции.

Одно из перспективных направлений прикладной сверхпроводимости — создание электрических машин со сверхпроводниковыми обмотками. Использование сверхпроводников в электромашиностроении позволяет значительно увеличить предельную мощность и поднять КПД турбогенераторов, строить электрические машины с уменьшенными массой и габаритными размерами для передвижных установок, получать электродвигатели с минимальным моментом инерции, необходимые для реверсивного электропривода. Работы в этой новой области электромашиностроения получили широкое распространение.

Как известно, сверхпроводимость наступает при температуре, близкой к точке кипения жидкого гелия (4,2 К). Обеспечение этого условия требует помещения обмотки в криостат, который становится неотъемлемой частью конструкции электрической машины. По своей сложности криостаты намного превосходят устройства охлаждения электрических машин традиционной конструкции.

Решение проблем, возникающих при создании электрических машин новой конструкции, составляет содержание большого объема исследовательских и опытно-конструкторских работ. Информация по этому вопросу в основном заключена в многочисленных разрозненных статьях и докладах на тематических конференциях. В настоящее время возникла потребность в систематическом изложении результатов по главным направлениям электромагнитных, теплофизических и механических исследований. Первой фундаментальной работой можно считать книгу И. А. Глебова, Я. Б. Данилевича и В. Н. Шахтарина «Турбогенераторы с использованием сверхпроводимости», которая под-

вела итог исследованиям важнейшего класса криогенных электрических машин.

В предлагаемой читателю книге авторы попытались изложить состояние проблемы по всем основным типам криогенных электрических машин. Много внимания они уделили работам в области криоэлектродвигателей, которые ранее не были обобщены. В книге поставлены и решены задачи электромагнитного, теплового и механического расчета криогенных электрических машин. При решении этих задач широко использованы численные методы, которые позволяют выполнять расчеты с необходимой точностью при минимальных допущениях. Разработанные расчетные методики были апробированы на действующих экспериментальных образцах криогенных электрических машин (генераторах и электродвигателях), в создании которых принимали участие авторы.

Введение и гл. 1 написаны А. С. Веселовским, Н. Н. Плещуновым, А. М. Рубинраутом, Н. Н. Шереметьевским; гл. 2 и 3 — А. М. Нахамкиным, В. Д. Розенкнопом, А. М. Рубинраутом; гл. 4 — А. С. Веселовским, В. И. Геминтерном, Е. В. Лебедевой; гл. 5 — Э. Л. Позняком, А. Л. Цырлиным.

Авторы выражают благодарность акад. И. А. Глебову, который дал обстоятельную рецензию на книгу и внес ряд ценных предложений, использованных при работе над рукописью.

Авторы благодарны доц. Б. Л. Алиевскому за большую работу по редактированию книги.

Критические замечания, направленные на улучшение книги, будут приняты авторами с благодарностью. Просьба адресовать их в Энергоатомиздат, 113114, Москва, Шлюзовая наб., 10.

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Техническое использование явления сверхпроводимости стало возможным в результате открытий и достижений в области физики твердого тела и низких температур. На его основе создаются сильные магнитные поля в больших объемах практически без потерь мощности. Реализация этих возможностей позволяет значительно усовершенствовать существующую конструкцию электротехнических устройств, в частности электрических машин.

Распространенные в настоящее время электрические машины имеют магнитную индукцию в воздушном зазоре 0,8—0,9 Тл. Это ограничение определяется физическими свойствами ферромагнитного сердечника — важнейшего и наиболее тяжелого элемента электрической машины.

Если сделать обмотку возбуждения сверхпроводниковой, то появляется возможность значительно увеличить ее МДС. Этой МДС оказывается достаточно для создания в зоне обмотки якоря магнитной индукции, значения которой превосходят индукцию в электрических машинах традиционного исполнения. При этом также отпадает необходимость в применении стального магнитопровода. Ограничивающими факторами в этом случае становятся критические параметры сверхпроводниковой обмотки возбуждения.

Для функционирования сверхпроводниковой обмотки требуется обеспечить ее устойчивое тепловое состояние на уровне температуры кипения жидкого гелия 4,2 К. С этой целью индуктор необходимо выполнить в виде сосуда Дьюара, что, безусловно, усложняет конструкцию электрической машины и повышает ее стоимость.

В машине традиционного исполнения существует ограничение по МДС обмотки якоря, так как она в ряде случаев уменьшает значение рабочей индукции. Если сделать обмотку возбуждения сверхпроводниковой и отказаться от использования ферромагнитопровода, то реакция МДС обмотки якоря будет намного снижена, что позволит увеличить линейную нагрузку. Ограничивающими факторами

теперь становятся теплоотвод потерь в якоре и обеспечение оптимального КПД.

Мощность электрической машины можно определить из известного выражения, связывающего геометрические размеры и электромагнитные нагрузки,

$$P = 60\pi^2 AB K_{об} f D^2 l / \sqrt{2} p K_E, \qquad (B.1)$$

где $K_E = U/E$ — коэффициент (E — ЭДС обмотки якоря; U — напряжение); A — линейная нагрузка якоря; B — индукция в зоне обмотки якоря; $K_{об}$ — обмоточный коэффициент; D — диаметр обмотки якоря; l — длина якоря; f — частота тока статора; p — число пар полюсов.

Тогда соотношение мощностей двух машин, имеющих одинаковое число пар полюсов и равные размеры, составит

$$P_1/P_2 = A_1 B_1 K_{E1} / A_2 B_2 K_{E2}. \qquad (B.2)$$

Сравнивая электрическую машину со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения и машину традиционной конструкции, видим, что увеличение мощности можно получить путем улучшения всех трех электромагнитных параметров.

Количественные соотношения, возможные на современном уровне развития электромашиностроения, наглядно иллюстрируются на примере двухполюсного синхронного турбогенератора с предельными значениями диаметра и

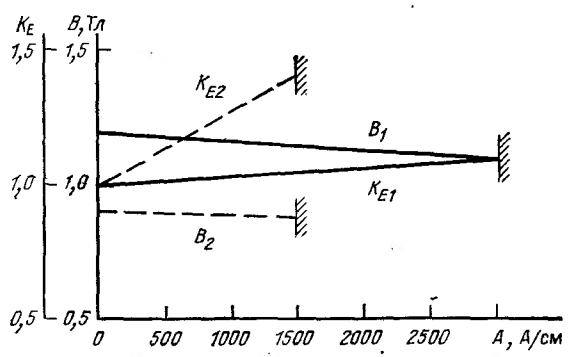


Рис. В.1. Сравнительные характеристики турбогенератора со сверхпроводниковой обмоткой и обычного исполнения

длины. На рис. В.1 сплошной линией показаны параметры турбогенератора со сверхпроводниковой обмоткой и пунктирной линией — параметры турбогенератора традиционной конструкции. В качестве аргумента взята линейная нагрузка якоря.

На графике видно заметное снижение индукции и возрастание K_{E2} для обычного турбогенератора при линейной нагрузке свыше 1000 А/см. Значение $A_2 = 1500$ А/см является предельным, так как оно ограничивается допустимым запасом статической устойчивости машины. При этом индукция $B_2 = 0{,}85$ Тл, коэффициент $K_{E2} = 1{,}4$.

В сверхпроводниковом турбогенераторе изменение K_{E1} и B_1 происходит более монотонно. Линейная нагрузка определяется исходя из требований получения КПД машины на уровне 99,5 %, что почти на 1 % выше КПД обычного турбогенератора, и составляет $A_1 = 3000$ А/см. Индукция получается равной $B_1 = 1{,}1$ Тл, а $K_{E1} = 1{,}1$.

Подставив соответствующие значения параметров в (В.2), при сохранении размеров находим, что применение сверхпроводниковой обмотки позволяет в 3 раза увеличить предельную мощность машины. Это означает, что единичная мощность турбогенератора, ограниченная в традиционной конструкции пределом 1,5 млн. кВт, может быть увеличена до 4 млн. кВт.

Проводя аналогичные расчеты для электродвигателей, можно показать, что применение сверхпроводниковой обмотки позволит не только увеличить их предельную мощность, но и в несколько раз уменьшить относительную массу этих машин.

Разумеется, применение электрических машин со сверхпроводниковой обмоткой целесообразно в тех областях народного хозяйства, где дополнительная стоимость и сложность эксплуатации будут экономически оправданными. Выполнить технико-экономический анализ применения сверхпроводниковых машин удастся на стадии внедрения первых образцов, когда появится возможность объективно оценить стоимость затрат и полезный эффект.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РАЗРАБОТКИ КРИОГЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

1.1. Классификация

Криогенные электрические машины (КЭМ), имеющие существенные конструктивные особенности, могут рассматриваться как новые разновидности электрических машин. Их можно классифицировать по тем же признакам, что и электрические машины традиционного исполнения. КЭМ характеризуются не только способом охлаждения, но и возможностями, которые раскрываются при использовании криогенных температур, начиная от точки кипения жидкого азота (77К) и ниже. При гелиевых температурах в диапазоне от 4,2 до 18 К удельное сопротивление некоторых чистых металлов и сплавов становится равным нулю (сверхпроводниковые материалы). У некоторых металлов высокой чистоты — криопроводников — оно резко уменьшается (на 3—4 порядка) при водородных или азотных температурах (от 20,4 до 77 К). По этому признаку КЭМ можно разбить на две группы: с криопроводниковой обмоткой и со сверхпроводниковой обмоткой.

Применение КЭМ с криопроводниковыми обмотками ограничено из-за больших расходов хладагентов вследствие внутренних тепловыделений. В сверхпроводниковых обмотках при протекании постоянного тока внутренние потери практически отсутствуют. При протекании переменного тока потери могут быть весьма значительны. Поэтому в настоящее время разрабатываются КЭМ, у которых только обмотка индуктора (возбуждения) изготавливается из сверхпроводникового материала.

Если классифицировать КЭМ со сверхпроводниковой обмоткой по роду тока, то их можно, как и обычные машины, разделить на машины переменного и постоянного тока. Схема классификации показана на рис. 1.1.

Машины постоянного тока со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения делятся на два вида: униполярные и разноименнополюсные (коллекторные).

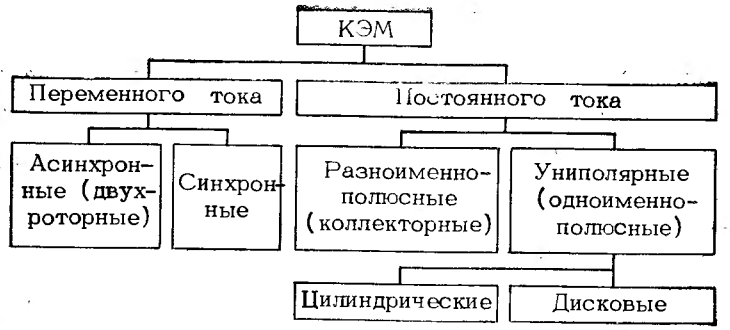


Рис. 1.1. Схема классификации КЭМ

Машины переменного тока со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения могут быть синхронные и асинхронные. Асинхронная машина имеет два ротора, из которых один (со сверхпроводниковой обмоткой индуктора) вращается синхронно с полем обмотки статора. Другой ротор (с короткозамкнутой обмоткой), передающий момент на вал, вращается асинхронно по отношению к магнитным полям индуктора и якоря (статора).

Классификация КЭМ со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения по конструктивным признакам во многом аналогична классификации электрических машин обычной конструкции. Например, униполярные машины можно разделить на дисковые и цилиндрические. Все машины могут иметь торцевое или осевое размещение обмоток. Вал может располагаться вертикально или горизонтально.

Криостат, в котором находится сверхпроводниковая обмотка, представляет собой неотъемлемую и одну из самых сложных конструктивных частей КЭМ. Поэтому в отличие от традиционных машин следует классифицировать КЭМ по основному конструктивному признаку этого важнейшего элемента новой конструкции электрической машины. Все машины можно разделить на два вида: с неподвижным криостатом, с вращающимся криостатом.

К машинам с неподвижным криостатом относятся КЭМ с индуктором на статоре и вращающимся якорем, который снабжен контактными кольцами для передачи тока силовой цепи: униполярные, коллекторные и синхронные машины обращенной конструкции. К разновидности КЭМ с вращающимся криостатом принадлежат асинхронные и синхронные машины (главным образом криотурбогенераторы) с индуктором на роторе.

1.2. Особенности конструкции

Конструкция КЭМ совершенствовалась и видоизменялась по мере их развития. Несмотря на разнообразие конструктивных решений КЭМ, предлагаемых в СССР и за рубежом различными электромашиностроительными фирмами, в настоящее время можно выделить основные, характерные черты новой конструкции, общие для данного класса машин. В соответствии с принятой классификацией КЭМ может быть выполнена на основе двух принципиальных конструктивных схем: с неподвижным криостатом, с вращающимся криостатом.

1.2.1. Конструкция с неподвижным криостатом

Конструктивная схема КЭМ с неподвижным криостатом показана на рис. 1.2. Сверхпроводниковая обмотка

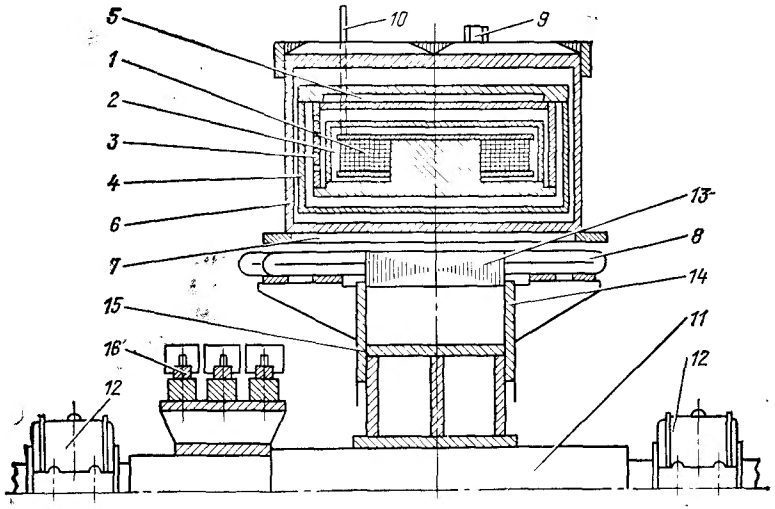


Рис. 1.2. Конструктивная схема КЭМ с наружно расположенным неподвижным криостатом

возбуждения *1* помещается в гелиевой ванне *2* и закрепляется с помощью подвески *3*, которая должна иметь малую теплопроводность при большой механической прочности. Для этого служит специальная конструкция, обычно называемая тепловым мостом (правильнее ее было бы именовать тепловым «замком»). Подвеска крепится к основанию азотной камеры *5*. Для ограничения радиационных теплопритоков гелиевая камера окружена тепловым

экраном *4*. Экран конструируется таким образом, чтобы температурный перепад в нем был минимальным. Для этого он выполняется из материала высокой теплопроводности или имеет внутреннее охлаждение. Азотная камера обеспечивает возможность дополнительного теплового экранирования и значительно снижает теплопритоки к гелиевой камере. Криостат предусматривает наличие трех независимых герметизированных объемов: гелиевого, азотного и вакуумного. Он должен быть двойным совершенным сосудом Дьюара, в котором тепловая изоляция обеспечивается наличием вакуумных полостей с остаточным давлением не более 0,013 Па (10^{-4} мм рт. ст.). Вакуумный объем ограничивается стальной наружной оболочкой *6*, которая рассчитывается на действие внешнего (атмосферного) давления.

На внутренней обечайке оболочки *6* располагается электромагнитный экран *7*, который выполняется в виде медного цилиндра или стержней с короткозамыкающими кольцами. Электромагнитный экран предназначается в качестве демпфера для защиты сверхпроводниковой обмотки возбуждения от воздействия переменных магнитных полей, возникающих в обмотке якоря *8* при несимметричных режимах работы, и от ударных электродинамических воздействий при внезапных коротких замыканиях в цепи якоря. На наружной обечайке цилиндрической оболочки криостата закрепляется система подвески азотной камеры.

Подача жидкого гелия осуществляется с помощью спиральной вакуумной трубки — гелиоподвода *9*. Ток в обмотку возбуждения подводится с помощью токоввода *10*. Конструкция токоввода должна обеспечить минимальный теплоприток в гелиевую камеру. Помимо трубопроводов, служащих для подвода в криостат криогенных жидкостей, имеются трубопроводы для вывода испарившегося газа. Все эти системы ввода и вывода, а также коммуникации измерительной системы закрепляются на наружной оболочке криостата.

Конструкция якоря в этой схеме КЭМ аналогична традиционной его конструкции для обычных электрических машин. Якорь имеет вал *11*, вращающийся в подшипниках *12*. Обмотка якоря *8* располагается на его внешней цилиндрической поверхности и закрепляется в ярме *13*. В случае беззубцового ярма обмотка от действия центробежных сил удерживается наружным бандажом. Если применяется зубцовая конструкция, то используются клинья. В некоторых конструкциях электротехническая

сталь в ярме якоря не применяется: ярмо выполняется из неметаллического материала (например, стеклопластика) или из шихтованных листов немагнитного металла (например, титана). Ярмо соединяется с валом с помощью ступицы *14* и спиц *15*.

Токосъем осуществляется с помощью токоподвода и скользящего контакта *16*, состоящего из контактных колец и щеточного узла.

В электрической машине традиционной конструкции магнитный поток возбуждения полностью проходит через ферромагнитные зубцы и ярмо якоря. В показанной на рис. 1.2 конструкции КЭМ поток возбуждения не экранируется, поэтому все конструктивные элементы якоря подвержены воздействию переменного магнитного поля. Эту основную особенность необходимо учитывать при конструировании КЭМ.

По конструктивной схеме с неподвижным криостатом выполняются как разноименнополюсные, так и униполярные машины. Последние имеют сверхпроводниковую обмотку цилиндрической формы, соосную с якорем. Якорь униполярной машины может не содержать явновыраженной обмотки и, как правило, выполняется в виде сплошного медного диска или цилиндра. В некоторых случаях для повышения ЭДС проводят разбиение якоря на ряд элементов, последовательно включенных с помощью подвижных контактов. Скользящий контакт в униполярной машине устанавливается в зонах с большой магнитной индукцией, поскольку ЭДС якоря определяется потоком, пронизывающим окружность токосъема. Вопросы теории и расчета униполярных КЭМ впервые были рассмотрены в [1.41].

Конструктивная схема КЭМ с неподвижным криостатом может быть выполнена также с внутренним расположением индуктора. В этом варианте якорь имеет консольную конструкцию, снаружи якоря располагают неподвижный ферромагнитный экран (рис. 1.3). Основные элементы в КЭМ данной конструкции такие же, как на рис. 1.2.

1.2.2. Конструкция с вращающимся криостатом

Наряду с обычными для гелиевых криостатов проблемами по обеспечению высокоэффективной теплоизоляции вращение криостата обусловливает целый ряд специфических проблем, которые необходимо решать при разработке КЭМ.

Вращающийся криостат служит силовым звеном, пере-

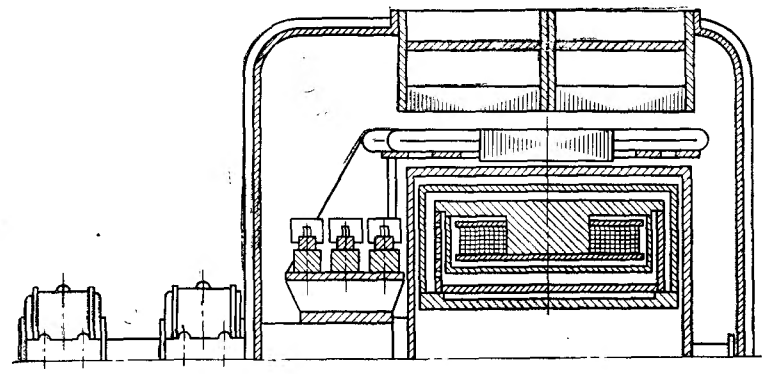


Рис. 1.3. Конструктивная схема КЭМ с внутренне расположенным неподвижным криостатом

дающим вращающийся момент от приводного двигателя к сверхпроводниковой обмотке возбуждения через вал и элементы крепления. Вал ротора, удовлетворяющий механическим требованиям по прочности и жесткости, представляет собой основной теплопровод во вращающемся криостате. Теплоприток по валу за счет теплопроводности существенно снижается при использовании охлаждения вала выходящими парами гелия. Для обеспечения жесткости наилучшая форма вала — это тонкостенный цилиндр максимально допустимого диаметра.

Наряду с основным теплопритоком по валу имеют место теплопритоки вследствие излучения и из-за наличия остаточных газов. Теплоприток излучения от внешней оболочки ротора может стать соизмеримым с теплопритоком по валу в конструкциях с большими ее поверхностями. Теплоприток излучения существенно снижается при использовании промежуточного теплового экрана, находящегося в хорошем тепловом контакте с охлаждаемым валом (или имеющего собственный теплообменник для охлаждения газообразным гелием).

Теплоприток за счет остаточных газов через вакуумное пространство пропорционален остаточному давлению и становится соизмеримым с основным теплопритоком при остаточном давлении более 0,013 Па, поэтому обеспечение соответствующего вакуума играет существенную роль в создании вращающегося криостата.

Для питания сверхпроводниковой обмотки ротора используются токовводы, которые могут вносить существенный теплоприток, зависящий от тока возбуждения. Для

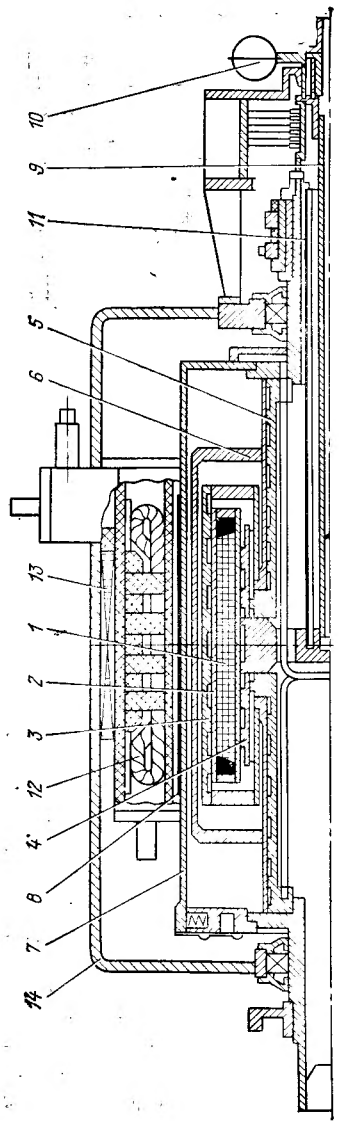


Рис. 1.4. Конструктивная схема КЭМ с вращающимся криостатом

снижения этого теплопритока токоввод, так же как и вал, делается газоохлаждаемым.

Принципиальная конструктивная схема КЭМ с вращающимся криостатом показана на рис. 1.4. Обмотка возбуждения *1*, которая выполняется в виде цилиндрических или плоских катушек, помещается в гелиевом объеме *2*. Для удержания ее от действия центробежных сил снаружи обмотки располагается цилиндрический бандаж *3* из немагнитной стали. Каркас *4*, к которому крепится обмотка, соединяется с участком *5* теплового моста. Тепловой экран *6*, расположенный на внешней стороне ротора за бандажом, также имеет цилиндрическую форму и соединяет симметричные зоны теплового моста. Наружная оболочка криостата *7* соединяется с валом. Она должна выдерживать наружное атмосферное давление и электродинамические силы при внезапных коротких замыканиях, а также нагрузки от действия центробежных сил. Электромагнитный экран *8*, находящийся снаружи ротора, ограничивает электромеханическое воздействие на сверхпроводящую обмотку при внезапном коротком замыкании. Он выполняется как биметаллический цилиндр, состоящий из меди и стального бандажа, или в виде стержней и короткозамыкающих торцевых колец.

Жидкий гелий подается в камеру *2* через гелиоподвод *9*. Газообразный гелий, который проходит через теплообменники вала, выводится наружу. Подача жидкого и вывод газообразного гелия осуществляются с помощью специального уплотнения *10* вращающейся части тракта. Ток в обмотку возбуждения подается через контактные кольца и токоввод *11*. Для снижения теплопритоков токоввод имеет теплообменное устройство, где в качестве хладагента используется газообразный гелий.

Следует отметить, что широко распространенный и весьма эффективный способ криостатирования с помощью двух криогенных жидкостей (гелия и азота) не нашел применения в конструкции вращающихся криостатов из-за сложностей, связанных с их подачей и выводом.

Конструкция криостата должна обеспечивать необходимый уровень разрежения в вакуумных полостях в течение всего срока службы. В конструкции машин с неподвижным криостатом выполнить эти требования значительно проще, так как имеется возможность проводить периодическую откачку полостей.

Неподвижная обмотка якоря КЭМ по схеме рис. 1.4 выполняется из меди. Обмотка *12* закрепляется в корпусе с помощью неметаллических клиньев, так как применение обычных ферромагнитных зубцов нецелесообразно из-за их насыщения и больших потерь мощности. Поскольку обмотка не экранируется ферромагнитопроводом, она пронизывается магнитным потоком высокой интенсивности с неравномерным распределением индукции по высоте проводников. Поэтому конструкция стержней должна выполняться с большой степенью их разбиения и полной транспозицией, как это делают при создании машин для питания высокочастотных установок. Снаружи якорь имеет шихтованный экран *13* из электротехнической стали. Экран усиливает магнитное поле в зоне обмотки якоря и одновременно ограничивает его распространение в окружающем пространстве. Снаружи якоря экран закрепляется в кожухе *14*.

Как видно из рис. 1.2 и 1.4, ряд элементов КЭМ, наличие которых обусловлено работой сверхпроводниковой обмотки и криостата, не имеет аналогов в традиционных конструкциях. Это обстоятельство требует исследований по апробации конструкторско-технологических решений. Спе-

цифика конструкций КЭМ выдвигает ряд новых требований к их расчету. Рассмотрим подробнее особенности отдельных узлов на конкретных примерах КЭМ, которые были разработаны, изготовлены и испытаны в течение последних лет.

1.2.3. Сверхпроводниковая обмотка возбуждения

Обмотка возбуждения КЭМ выполняется из сверхпроводников, поэтому ее устройство и работа существенно отличаются от функционирования электромагнитов (с обмотками из меди или алюминия) или постоянных магнитов в индукторах обычных электрических машин.

Конструкция обмотки индуктора КЭМ должна создавать условия, при которых реализуется замечательное свойство сверхпроводников — отсутствие электрического сопротивления и, следовательно, электрических потерь при протекании постоянного тока. Обмотка возбуждения выполняется из сверхпроводников второго рода, которые обеспечивают высокие предельные значения индукции магнитного поля и плотности тока. Получение таких сверхпроводников явилось крупным достижением XX в. в области физики твердого тела и металлофизики и стало основой нового направления в электротехнике.

Как известно, технические свойства сверхпроводников характеризуются тремя предельными параметрами: критической температурой перехода, критическим значением индукции магнитного поля и критическим током. Пространственная диаграмма взаимосвязи этих параметров определяет область существования сверхпроводимости. При достижении критических границ этой трехмерной зависимости происходит разрушение сверхпроводимости и переход проводника в нормальное состояние.

При протекании тока в обмотке возбуждения в результате взаимодействия с магнитным полем возникают электромагнитные силы, которые стремятся деформировать обмотку. Как показали исследования, проведенные в последние годы [1.1], деформации обмотки приводят к существенному снижению критического тока. Поэтому конструкция обмотки должна обеспечивать сохранение формы и не должна допускать деформации под действием внутренних сил.

При протекании токов по обмоткам возбуждения и якоря в рабочем режиме КЭМ вследствие отсутствия ферромагнитопровода возникает непосредственное силовое взаимодействие между первичной и вторичной электрическими

цепями. Приложенные к обмотке якоря усилия соответствуют электромагнитному моменту. Крепление обмотки должно быть рассчитано на восприятие этого момента.

В конструкциях индукторов КЭМ распространены различные виды сверхпроводниковых обмоток. Для разноименнополюсных магнитных систем применяют две геометрические формы катушек: плоскую и седлообразную. Технология намотки плоских катушек проще, боковую поверхность обмотки удобно бандажировать для предохранения от деформации под действием внутренних сил.

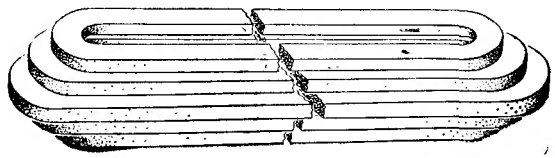


Рис. 1.5. Обмотка возбуждения полюса из плоских катушек

На рис. 1.5 показана обмотка, выполненная из плоских катушек фирмой «Дженерал Электрик» для турбогенератора 20 МВт [1.2]. Катушки намотаны из ниобий-титанового провода прямоугольного сечения размером 1,27×2,54 мм и пропитаны эпоксидным компаундом.

Применение алюминиевого сплава для бандажа позволяет за счет разных значений линейного теплового расширения обмотки и бандажа создать предварительный натяг бандажа при охлаждении обмотки. Такая конструкция позволила свести к минимуму деформацию катушки при питании ее током и практически избежать деградации, т. е. снижения критического тока.

Применение цилиндрической обмотки из катушек седлообразной формы позволяет с наибольшей эффективностью использовать магнитный поток и получить в зоне обмотки якоря высокие значения магнитной индукции. В такой конструкции витки обмотки возбуждения находятся ближе к обмотке якоря, чем в плоской обмотке. Однако технология изготовления данных обмоток значительно сложнее, так как требуется операция гибки. Кроме того, возникают сложности при бандажировке седлообразной обмотки.

На рис. 1.6 показан полюс седлообразной обмотки возбуждения криодвигателя 200 кВт [1.3]. Полюсная катушка выполнена из четырех модулей. Каждый модуль наматывался из круглого ниобий-титанового провода диамет-

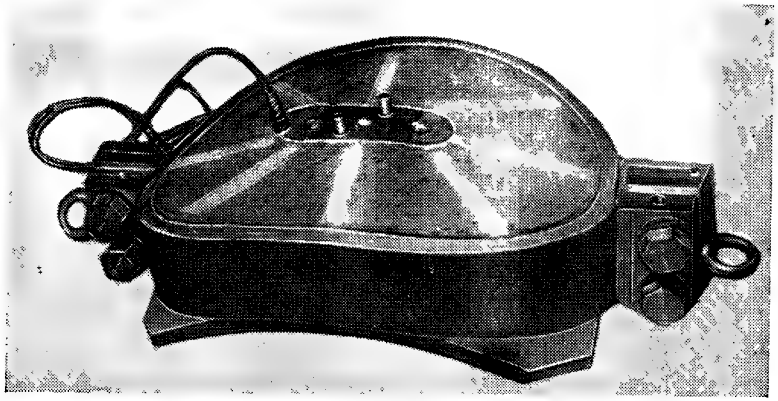


Рис. 1.6. Седлообразная обмотка возбуждения полюса

ром 0,85 мм на шаблон плоской формы. Эпоксидный компаунд с присадкой из нитрида бора наносится через фильеру в процессе намотки. Плоские модули собираются в полюс, и в специальной пресс-форме им придается седлообразная форма. После термообработки на полюс надевается стальной бандаж, выполненный по форме боковой поверхности катушки.

Для униполярных КЭМ обмотка возбуждения выполняется в виде одной или двух круглых неподвижных сверхпроводниковых катушек с прямоугольным поперечным сечением.

1.2.4. Якорь

В соответствии с рассмотренными принципиальными схемами выполнения КЭМ якорь может быть выполнен неподвижным или вращающимся.

а) *Неподвижный якорь.* Эта конструкция якоря (статора) типична для криотурбогенераторов. В электромашиностроении разработано несколько модификаций конструкции неподвижного якоря. Они отличаются различными способами изготовления обмотки якоря, ее крепления, охлаждения и экранирования [1.4—1.6]. Все эти конструкции имеют характерную особенность — отсутствие ферромагнитных зубцовых зон в активном слое КЭМ.

В конструкции якоря широко используют стеклопластики и пластмассы, которые обеспечивают необходимую прочность и позволяют в отличие от металлов избежать потерь от вихревых токов.

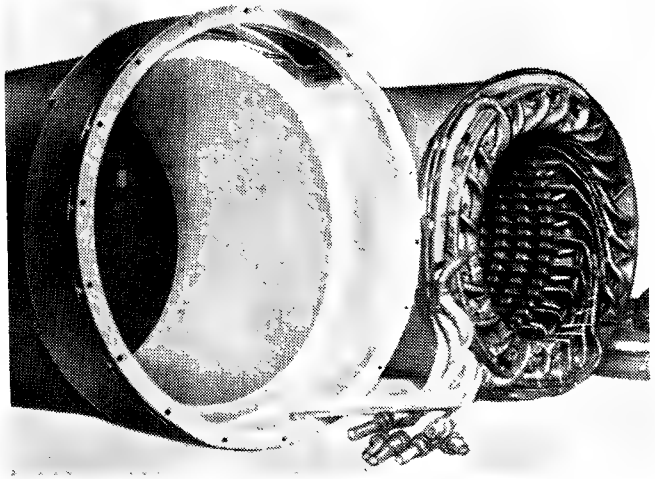


Рис. 1.7. Статор криотурбогенератора из стеклопластика

Одну из таких конструкций можно проиллюстрировать на примере статора криотурбогенератора 200 кВт [1.7], показанного на рис. 1.7 и на схеме рис. 1.8. Корпус ста-

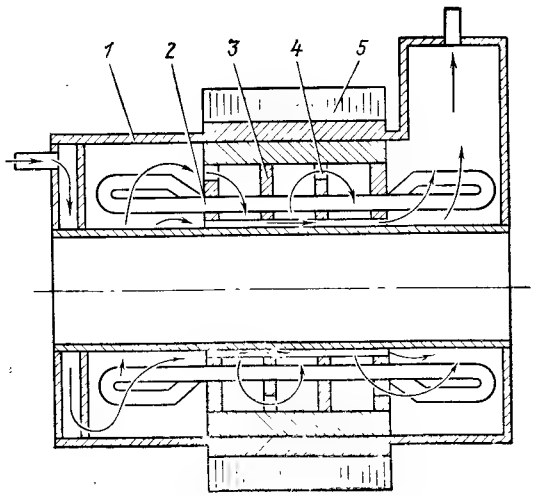
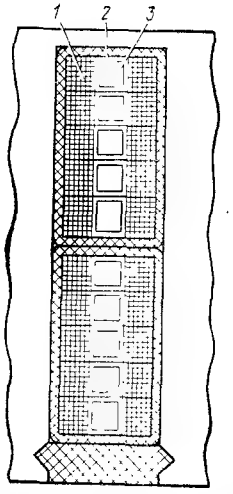


Рис. 1.8. Конструктивная схема статора

тора *1* изготовлен из стеклотекстолита. Обмотка *2* выполнена однослойной из транспонированных проводов прямоугольного сечения размером 19×10 мм². Каждый провод скручен из медных эмалированных проводников диаметром 0,83 мм. Обмотка уложена в пазы, образованные на внутренней поверхности корпуса, и укреплена с помощью клиньев *3*. В системе крепления обмотки образованы каналы *4* для аксиального жидкостного охлаждения пазовой и лобовой частей обмотки. Охлаждение обмотки осуществляется с помощью трансформаторного масла, которое циркулирует в полости, ограниченной наружным и внутренним стеклотекстолитовыми цилиндрами. Для экранирования внешнего пространства на корпус статора надет шихтованный ферромагнитный экран *5*.

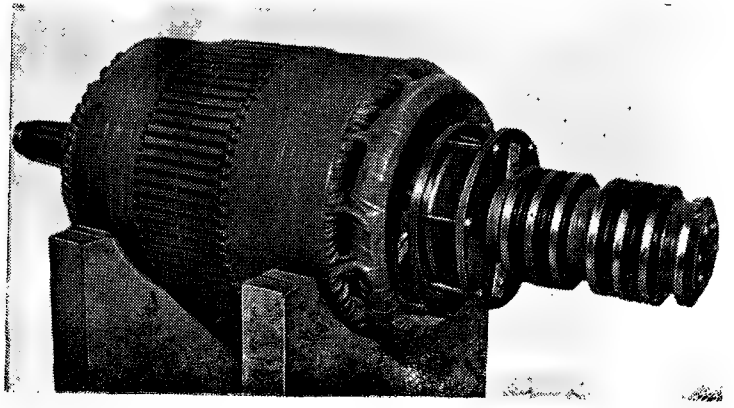


Другая модификация конструкции якоря, которая получила широкое распространение, предусматривает охлаждение обмотки якоря с помощью системы трубчатых охладителей, по которым прокачивается вода или масло. Для снижения потерь на вихревые токи охлаждающие

←

Рис. 1.9. Конструкция стержня с водяным охлаждением:
1 — литцендрат; *2* — трубки охлаждения; *3*—вода

Рис. 1.10. Якорь криодвигателя мощностью 200 кВт



трубки выполняются из нержавеющей стали или сплава высокого сопротивления, например мельхиора.

На рис. 1.9 показана конструкция стержня обмотки якоря, разработанная фирмой «Дженерал Электрик» для криотурбогенератора 20 МВт [1.2]. Стержень имеет полную транспозицию, при этом элементарный проводник выполнен в виде плетеных проводов из круглого эмалированного провода. Такое мелкое разбиение проводников необходимо для уменьшения потерь, но приводит к снижению коэффициента заполнения обмотки медью.

Крепление обмотки якоря выполняется различными способами. От тангенциальных перемещений обмотка удерживается стеклотекстолитовыми клиньями, которые прикреплены с помощью ласточкиных хвостов к шихтованному ферромагнитному экрану. От радиальных перемещений обмотка удерживается с помощью колец или клиньев.

б) *Вращающийся якорь.* Конструкция якоря криодвигателя с неподвижным криостатом была разработана в [1.8]. Основная конструкторская тенденция заключалась в том, чтобы получить минимальный осевой момент инерции ротора.

Общий вид якоря криодвигателя показан на рис. 1.10. Пакет немагнитного сердечника якоря набран из листового штампованного титана и установлен на жесткой втулке на валу двигателя. Штамповка пазовой части и вентиляционных каналов листов пакета якоря выполнена на пазовом штамповочном станке с применением обычных по характеристикам штампов (при толщине листа 1,2 м). Использование листового титана в сердечнике якоря позволило резко сократить размеры спинки якоря и ширину зубца по сравнению с аналогичными размерами в якоре из электротехнической стали. Такое уменьшение размеров обеспечивается механической прочностью титана, превышающей прочность стали более чем в 2 раза, и не связано с индукцией. Возможность уменьшения массы якоря отражает одно из важнейших преимуществ криогенных двигателей перед традиционными — перспективу создания электрических приводов большой мощности для реверсивных режимов работы с малоинерционным ротором КЭМ.

Обмотка якоря изготовлена из высокочастотного провода прямоугольного сечения 1,8×3,8 мм, каждый проводник которого изолирован лаком повышенной теплостойкости на полиамидной основе, допускающим нагрев до 453 К. Пазовая изоляция выполнена с использованием полиимидно-полиамидной пленки, обладающей высокими механиче-

скими и электрическими свойствами. Все паяные соединения в обмотке сделаны твердым припоем и расположены в зонах, где радиальная составляющая магнитного поля минимальна. Для обеспечения качественной пайки всех элементов обмотки из высокочастотного провода разработаны специальный технологический процесс и комплект технологических приспособлений, обеспечивающих все операции пайки и ее контроль.

Особое внимание при проектировании обмотки якоря обращено на повышение ее механической прочности и жесткости, что характерно для разработок КЭМ. Для этого расстояние между стержнями обмотки в лобовой части сделано минимально возможным (с учетом технологичности и допустимого нагрева обмотки якоря). Между стержнями обмотки в лобовой части установлены клинья, снаружи лобовой части наложен бандаж из стеклоткани. Повышение жесткости обмотки достигнуто уменьшением ширины зубца пакета якоря. Принятые конструктивные решения обеспечили достаточно высокую прочность и жесткость конструкции обмотки.

Система охлаждения обмотки якоря — воздушная принудительная с разомкнутым циклом вентиляции. При разработке якоря с обмоткой, выполненной из высокочастотного провода, и с сердечником из титана возникла необходимость значительно интенсифицировать систему охлаждения якоря по сравнению с принятой системой охлаждения в обычных машинах. В связи с этим в схеме вентиляции обмотки якоря кроме аксиальных каналов в листах предусмотрено непосредственное охлаждение обмотки якоря потоком охлаждающего воздуха, проходящим аксиально в подпазовых вентиляционных каналах.

Интересны попытки создать конструкцию вращающегося якоря с использованием неметаллических материалов для корпуса якоря и вала. В этом случае можно избавиться от добавочных потерь, возникающих в корпусе якоря под действием вихревых токов в металле. Был изготовлен и успешно испытан под нагрузкой якорь генератора переменного тока мощностью 100 кВт, 3000 об/мин [1.9]. Бочка ротора этой КЭМ сделана из стеклопластика. Для укладки обмотки в теле ротора выфрезерованы пазы. Система аксиальных каналов позволила обеспечить охлаждение обмотки жидким азотом. Для восприятия центробежных сил на наружной поверхности якоря наматывался стеклобандаж. Концевая часть вала с помощью шлицевого соединения сочленялась со стальными цилиндрическими

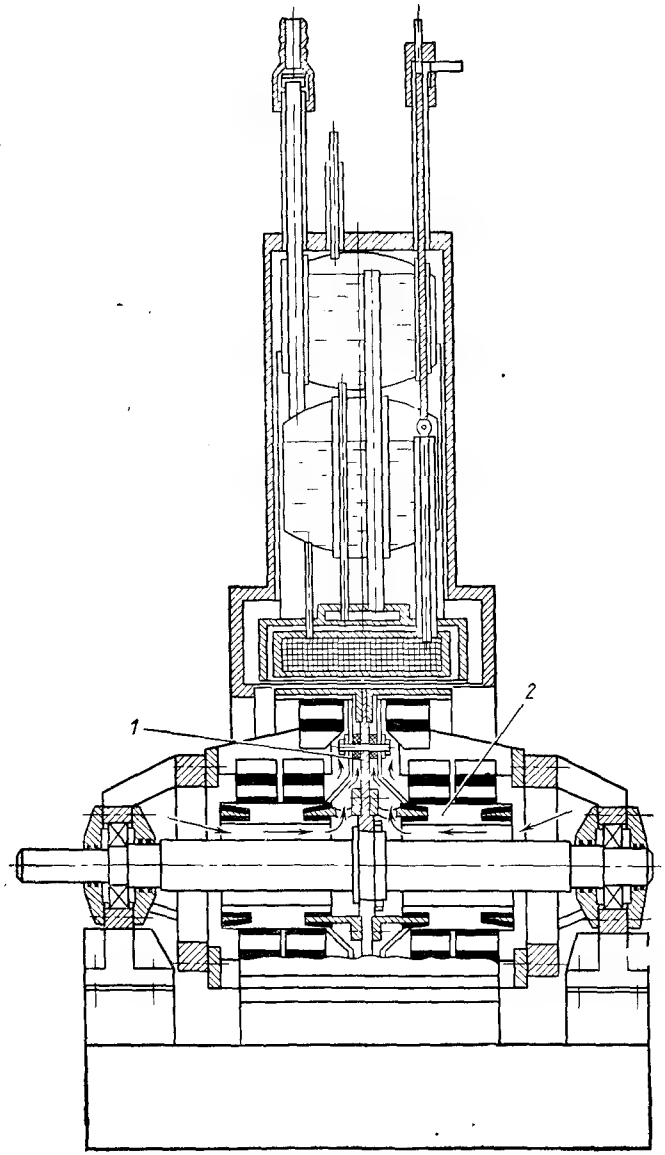


Рис. 1.11. Якорь униполярной КЭМ дискового типа

насадками, вращающимися в подшипниках качения. Ротор успешно преодолевал критическую частоту вращения 1600 об/мин и с допустимыми вибрациями устойчиво работал при номинальной угловой скорости.

Якорь униполярных КЭМ может иметь различное конструктивное исполнение. На рис. 1.11 показана конструкция якоря дискового типа [1.10] электродвигателя мощностью 100 кВт, 1500 об/мин.

Для увеличения ЭДС диск *1* разделен на элементы, включенные последовательно. Диск изготовлен из титанового сплава, по обе стороны которого на изоляционных прокладках в радиальном направлении расположены 104 медных стержня. Концы стержней выведены на контактные пластины *2*, размещенные на валу и периферии якоря, как в обычных коллекторах. В варианте униполярной КЭМ цилиндрического типа согласно [1.10] якорь имеет 12 пар стержней, расположенных вдоль образующих и выполненных из меди прямоугольного сечения. С торцевых сторон якоря установлены контактные кольца, число которых равно количеству стержней. С помощью щеток пары стержней соединены последовательно.

1.2.5. Скользящий контакт

Подвижные контакты служат важными составными конструктивными элементами КЭМ. В схеме с вращающимся криостатом необходимо передавать на ротор ток возбуждения сверхпроводниковой обмотки. В этом случае применяют контактную пару, разработанную для турбогенераторов традиционной конструкции. Контактные кольца для повышения износостойкости обычно изготавливают из стали, используют угольно-графитные щетки. Следует иметь в виду, что ток возбуждения в КЭМ, выбираемый по условиям оптимизации токоввода и сверхпроводниковой обмотки, в настоящее время не превосходит 2000 А. Однако для работы скользящего контакта в цепи сверхпроводниковой обмотки выдвигаются дополнительные требования, которые не допускают возникновения пульсационных ЭДС из-за неровности поверхности контакта или биения щеток. Как показали исследования, такие пульсации напряжения в цепи возбуждения могут приводить к ложному срабатыванию системы защиты сверхпроводниковой обмотки ротора.

В КЭМ с неподвижной обмоткой индуктора необходимо передавать через контакты полную мощность вращающегося якоря. Наибольшие значения токов, достигающие

сотен килоампер, имеют униполярные машины, так как их номинальные напряжения ниже, чем у разноименно-полюсных машин такой же мощности. В частности, размеры контактного узла в крупных униполярных двигателях становятся значительными и создание надежного скользящего контакта представляет серьезную научно-техническую проблему.

Конструкция униполярных машин предопределяет необходимость работы скользящего контакта в условиях воздействия сильного магнитного поля, что может приводить к увеличению потерь и износа.

Наиболее разработаны контактные устройства для униполярных генераторов, роторы которых вращаются с постоянной угловой скоростью. Разработаны контактные системы с использованием сплава жидких металлов натрия и калия [1.11].

Для тихоходных и реверсивных двигателей затруднительно использовать центробежный эффект, на основе которого работает жидкометаллический контакт, поэтому поиски конструкторов и исследователей были направлены на создание контактной пары на основе твердых скользящих элементов.

Работы, проведенные в СССР и за рубежом в последние годы [1.12—1.14], привели к созданию скользящего контакта с плотностью тока на порядок выше, чем у обычных электрографитных щеток.

Наиболее сложной оказалась задача обеспечения надежной работы твердой контактной пары в магнитном поле напряженностью более 160 кА·м. Наличие внешнего магнитного поля обусловливает существенную неравномерность распределения тока по сечению щеток, возникающие при этом высокочастотные механические колебания способствуют их повышенному износу.

Были разработаны щетки новых конструкций: роликовые, углеволокнистые, металлические, эластичные и металлические монолитные. Основные параметры разработанных контактных пар приведены в табл. 1.1.

Наиболее перспективным можно считать металлический скользящий контакт с активной смазкой (бальзамом), который разрабатывался специально для КЭМ. Работа контактной пары основана в нем на принципе образования в контактной зоне высокоэлектропроводных пленок, возникающих из-за взаимодействия материала контактных элементов и смазок с активными присадками. Конструкция контактного устройства с металлическими щетками прак-

Таблица 1.1. **Параметры контактных пар для КЭМ**

Контактные пары		Допускаемая окружная скорость, м/с	Плотность тока, А/см²	Падение напряжения на паре щеток В	Коэффициент трения	Средний износ кольца за 1000 ч, мм
Щетка	Материал кольца					
Электрографитная	Бронза	20	15	2,7	0,15	0,1
Роликовая	Бронза	20	150	0,5	0,3	0,3
Углеволокнистая	Бронза	40	150	0,5	0,2	0,15
Металлическая эластичная	Сталь	75	120	0,8	0,15	0,05
Металлическая монолитная	Бронза	20	150	0,4	0,2	0,15

тически не отличается от обычной. Контактная смазка может подаваться по специальным канавкам или с помощью смачиваемых манжет из фетра или пористого материала. Расход бальзама при работе контакта незначительный.

Для тихоходных электродвигателей с окружной скоростью скользящей поверхности до 20 м/с могут быть рекомендованы металлические монолитные щетки из меди или ее сплавов. Для криотурбогенераторов, в том числе и униполярных, целесообразно применять металлические эластичные щетки, выполненные из пучков медной проволоки. Контактные кольца в этом случае следует делать стальными.

При создании КЭМ постоянного тока с коллектором возникает задача подбора контактной пары с высокой коммутирующей способностью, так как в КЭМ желательно обойтись без добавочных полюсов, чтобы не увеличивать расстояние между сверхпроводниковой обмоткой возбуждения и обмоткой якоря и повысить магнитную индукцию. Проведенные исследования [1.12] показали, что такую задачу следует решать с помощью щеток с углеволокнистыми накладками. Накладки толщиной 1,5—2,0 мм, расположенные на сбегающем и набегающем краях щетки, обладая различной проводимостью по продольной и поперечной осям, увеличивают сопротивление коммутирующего контура, не меняя общего сопротивления щетки по продольной оси. Такая конструкция щеток в сочетании с малой индуктивностью коммутирующих секций (из-за отсутствия ферромагнитных сердечников и зубцов на якоре) позволяет отказаться от применения добавочных полюсов.

1.2.6. Криостат

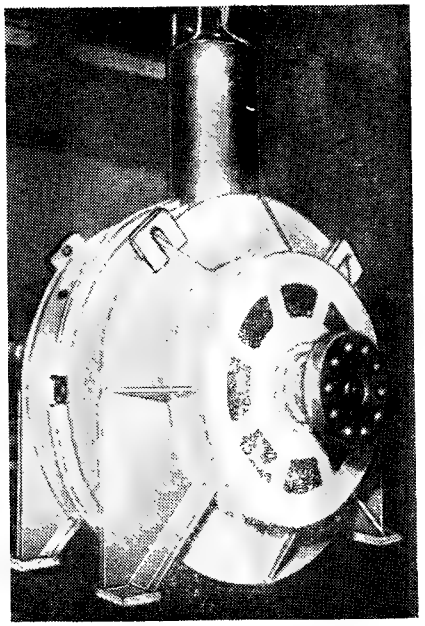


Рис. 1.12. Криостат двигателя постоянного тока

Для неподвижного криостата в ряде исполнений КЭМ типична конструкция, реализованная в электродвигателе постоянного тока 200 кВт (рис. 1.12). Криостат со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения показан в разрезе на рис. 1.13. Он состоит из соосно расположенных цилиндров из нержавеющей стали, образующих корпус *1* криостата, заполненный жидким гелием сосуд *2* с размещенными в нем сверхпроводниковыми катушками *3* системы возбуждения, и систему экранно-вакуумной тепловой изоляции, включающей азотный экран и вакуумные промежутки. Азотный экран расположен между гелиевым сосудом *2* и корпусом криостата *1* и состоит из двух частей: заливной ванны *4* и дисков *5*, соединенных с мед-

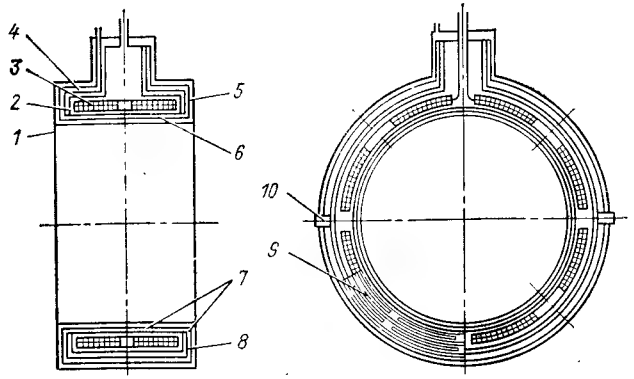


Рис. 1.13. Криостат со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения

ным цилиндром *6*. Указанные элементы конструкции теплового экрана, имеющие практически температуру жидкого азота, окружают снаружи гелиевый сосуд со всех сторон. Поверхности гелиевого сосуда и азотного экрана разделены вакуумными промежутками *7*.

Принятая конструктивная схема криостата обеспечивает устойчивое термостатирование сверхпроводниковой обмотки возбуждения, снижение расхода гелия и повышение КПД всей системы за счет сведения до минимума теплопритока в зону гелиевых температур. Для уменьшения потока лучистой энергии к гелиевому объему отполированы поверхности криостата, обращенные в вакуум.

Схема механического крепления сверхпроводниковой системы возбуждения к корпусу двигателя выбрана двухступенчатой. Первая ступень — крепление гелиевой ванны к азотному экрану — выполнена в виде дисков *8*. Для повышения теплового сопротивления диски имеют прорези *9* по дугам, расположенным на концентрических окружностях, равноудаленных друг от друга. Это позволяет значительно развить реальную длину теплового моста без существенного увеличения габаритных размеров и снизить теплоприток в зону гелиевых температур. Вторая ступень — подвеска азотного экрана к внешнему корпусу криостата — осуществлена с помощью двух цапф *10*, диаметрально расположенных в корпусе криостата *1*.

На верхней крышке криостата смонтированы: токовводы, устройства для заливки жидкого гелия в рабочую зону и жидкого азота в экран, патрубки для вывода паров азота и гелия, а также электрические разъемы системы измерения и контроля.

На примере ротора для криотурбогенератора мощностью 200 кВт рассмотрим вопросы, касающиеся схемы охлаждения и конструкции вращающегося криостата. Ротор имеет сверхпроводниковую обмотку, закрепленную в криостате. Обмотка выполнена из кабеля на основе сплава НТ-50, поэтому в качестве хладагента используется гелий при температуре криостатирования $T_c = 4{,}2 \div 4{,}5$ К.

Конструктивная схема ротора криотурбогенератора с креплением магнитной системы на двух одинаковых торцевых цилиндрических валах и с тепловым экраном в зазоре между магнитной системой и корпусом ротора позволяет осуществить охлаждение газовым потоком валов, экрана и токовводов. Выбор схемы охлаждения элементов криостата — важный этап на пути создания ротора, причем определяющими критериями должны быть обеспечение минимального теплопритока и расхода жидкого гелия и относительная простота технической реализации.

Термодинамический анализ различных способов промежуточного охлаждения тепловых мостов [1.23] показал, что охлаждение теплового моста по всей длине одним газовым потоком представляет собой вариант, достаточно близкий к оптимальному. Поэтому при проектировании вращающегося криостата рассматривались только схемы охлаждения торцевых труб и экрана одним газовым потоком. На рис. 1.14,*а*, *б* показаны варианты схем с неохлаждаемым, а на рис. 1.14,*б*, *в* — с охлаждаемым экранами и приведены расчетные зависимости секундного расхода жидкого гелия m от координаты x ме-

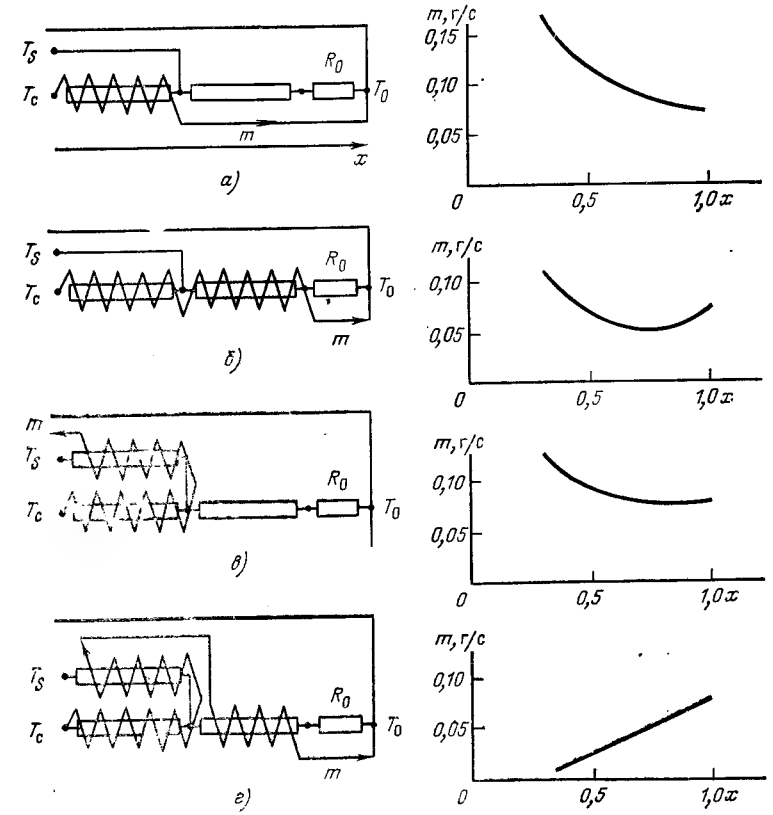


Рис. 1.14. Схемы охлаждения ротора криотурбогенератора:
T_s — температура экрана; R_0 — термическое сопротивление, определяющее связь теплового моста с окружающей средой; T_0 — температура окружающей среды

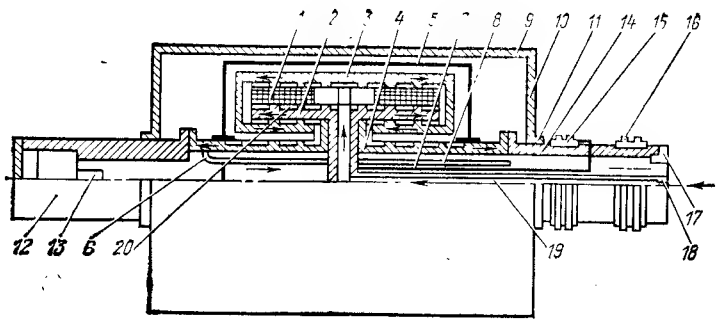


Рис. 1.15. Вращающийся криостат криотурбогенератора

ста крепления экрана на валу (в относительных единицах). Из приведенных графиков видно, что схема рис. 1.15,*б* имеет явные преимущества как с точки зрения обеспечения малых теплопритоков (или расходов), так и с точки зрения простоты реализации. Для этой схемы оптимальное значение $x \approx 0{,}7$, т. е. место крепления должно быть расположено на 1/3 длины охлаждаемого участка вала, отсчитанной от его теплового конца.

Варьирование размеров каналов теплообменников показало, что этот фактор мало влияет на расход.

На основании расчетов была разработана конструкция вращающегося криостата, представленная на рис. 1.15. Магнитная система *1* состоит из двух седлообразных катушек, намотанных из кабеля НТ-50 диаметром 0,85 мм, пропитанных теплопроводящим компаундом и заключенных в медные обоймы полуцилиндрической формы. Магнитная система закреплена на остове ротора *2* и обжата снаружи бандажным кольцом *3*. Остов ротора и бандажное кольцо имеют каналы для циркуляции гелия, поддерживающего температуру магнитной системы.

Охлаждаемая часть вала выполнена в виде цилиндрических теплообменников *4*. Теплообменник представляет собой два цилиндра, посаженных один на другой с гарантированным натягом. Внутренний силовой цилиндр имеет на внешней поверхности винтовую нарезку прямоугольного сечения, а внешний цилиндр служит герметизирующей оболочкой.

Экран *5* расположен в вакуумной полости криостата и крепится к теплообменникам. Для отвода газа из левого теплообменника на правый торец ротора используются две газоотводящие трубки *6*.

Газоохлаждаемые токовводы *7* для питания магнитной системы выполнены в виде двух плоских шин переменного по длине сечения, расположенных на поверхности стеклотекстолитовой трубы и герметизированных тонкостенной трубой из нержавеющей стали *8*. Каналы теплообменника токовводов образованы спиральной стеклотекстолитовой лентой, расположенной в зазоре между медными шинами и герметизирующей трубой.

Внешняя оболочка криостата образована кожухом *9*, мембраной *10* и кольцом *11*. Вакуумирование внутренней полости криостата производится через вентиль *12*, приваренный к левой цапфе *13*. На правой цапфе *14* установлены контактные кольца *15* цепи питания магнитной системы и измерительные контактные кольца *16* для съема информации с датчиков температур и фазности, помещенных в полости магнитной системы и вдоль гелиевого тракта. Для предотвращения утечек жидкого и газообразного гелия предусмотрены торцевые уплотнения *17* и *18*.

Движение охлаждающего потока гелия происходит следующим образом:

жидкий или двухфазный гелий подается из сифона в гелиевый приемник *19*, расположенный на оси ротора;

из гелиевого приемника через два радиальных отверстия гелий подается в каналы *20* остова ротора и бандажа *3*; проходя по ним, омывает внутреннюю и внешнюю поверхности магнитной системы и испаряется, снимая теплоприток, проходящий к магнитной системе через вакуумную изоляцию и по теплопроводам;

выходя из полости магнитной системы, поток газообразного гелия делится на три части, направляясь в левый теплообменник и газоотводящие трубки, в правый теплообменник, а также на охлаждение токовводов;

нагревшийся в трех теплообменниках газообразный гелий на выходе объединяется и выводится из криостата с правого торца.

С тепловой точки зрения левая и правая половины криостата одинаковы, а охлаждение токовводов производится потоком гелия, не зависящими от потоков, охлаждающих обе половины вала, поэтому расчет можно производить для каждого потока в отдельности. Как показано в [1.24], распределение расходов в криостатах с несколькими охлаждаемыми тепловыми мостами получается оптимальным, если оно осуществляется пропорционально вносимому каждым тепловым мостом теплопритоку.

1.3. Сверхпроводниковые материалы

В основе физических принципов работы КЭМ лежит явление сверхпроводимости, заключающееся в дискретном снижении электрического сопротивления обмотки возбуждения до нуля. К сожалению, это явление наблюдается при температурах, близких к точке кипения жидкого гелия, что приводит к необходимости обеспечить охлаждение обмотки и поддержание столь низкого температурного уровня.

В настоящее время сверхпроводниковые магнитные системы изготавливаются из так называемых «жестких» сверхпроводников, или сверхпроводников второго рода, которые в состоянии обеспечить высокие плотности тока в сильных магнитных полях. Создание таких сверхпроводников — результат многолетнего теоретического и экспериментального исследования многих замечательных ученых, одно из крупнейших достижений физики XX в. Жесткие сверхпроводники представляют собой сплавы типа твердых растворов и интерметаллические соединения.

1.3.1. Материалы из сплава ниобий — титан

Наиболее широкое распространение в практике создания сверхпроводниковых магнитных систем получили провода на основе пластичных сплавов ниобия с титаном или цирконием.

Первый простейший технический сверхпроводник состоял из одной ниобиево-титановой проволоки, покрытой слоем меди. В настоящее время промышленностью освоена большая номенклатура проводов из сплава Nb — Ti, которые используются для различных изделий, в том числе индукторов электрических машин. Это многожильные сверхпроводники, полученные в результате сложного технологического цикла, на протяжении которого с помощью термического и механического воздействий в материале складывается структура, обеспечивающая высокие значения критических параметров. На рис. 1.16 показана в разрезе конструкция круглого провода, имеющего 2000 жил. На ранней стадии разработки сверхпроводников использовались сплавы ниобия с цирконием, но в дальнейшем была разработана технология изготовления сплавов Nb — Ti, обладающих более высокими критическими параметрами.

В табл. 1.2 приведены основные технические данные для многожильных проводов из ниобий-титана, выпускаемых серийно отечественной промышленностью [1.15]. Как видно из табл. 1.2, существующая номенклатура проводов типа НТ-50 охватывает диапазон возможных значений токов возбуждения КЭМ. Следует иметь в виду, что сортамент выбирался разработчиками провода применительно к устройствам типа соленоидов для физических исследований. Разработка про-

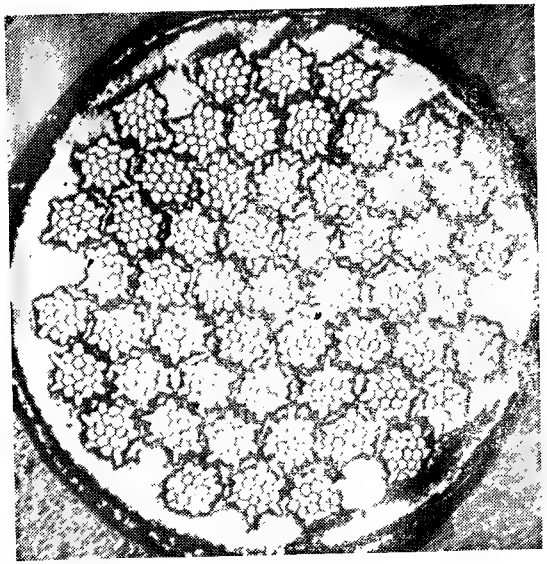


Рис. 1.16. Конструкция сверхпроводникового провода

Таблица 1.2. **Провода из ниобий-титанового сплава**

Диаметр провода (или сечение), мм (мм²)	Число жил	Диаметр жилы, мкм	Коэффициент заполнения	Критический ток при 4,2 К, 5 Тл, А	Критическая плотность тока при 5 Тл, А/мм²	Шаг скрутки, мм
С круглым сечением						
Диаметр						
0,5	37	40		60		
0,7	55	40		120		
0,85	61	40	0,3—0,5	260	1100—1500	25
1,0	61	60		500		
1,2	61	100		680		
1,5	61	200		1200		
С прямоугольным сечением						
Сечение						
2,0×2,0	456	40	0,15	360		20
3,0×1	456	40	0,15	390		30
3,5×2,0	361	80	0,30	1480		30
5×2	456	70	0,15	750		50

водов специально для КЭМ еще ждет своего решения. Представляется целесообразным расширить номенклатуру проводов прямоугольного сечения на токи от 200 до 1000 А.

К сверхпроводниковым обмоточным изделиям предъявляется ряд общих требований [1.16]: стабильные значения критических параметров; заданные геометрические размеры; заданная конструкция (диаметр элементарной нити, число нитей, шаг скрутки, транспозиция); определенное значение коэффициента заполнения; целостность нитей в проводе; необходимый уровень прочностных характеристик; сохранение физических характеристик в процессе намотки; устойчивость к циклическому воздействию температуры.

Помимо этого к проводу для КЭМ добавляются специфические требования: сохранение свойств при длительном воздействии центробежных ускорений до 50 000 м/с^2; сохранение свойств под действием вибрационных нагрузок; получение больших скоростей ввода и вывода тока при сохранении состояния сверхпроводимости.

Обеспечить эти требования оказалось непросто. Наиболее сложная задача — получение стабильных критических параметров. Решение этой задачи предопределило конструкцию и технологию изготовления провода из сверхпроводников. Стабилизация сверхпроводника заключается в устранении эффекта деградации, т. е. существенного снижения критических параметров обмотки по сравнению с параметрами коротких образцов провода.

Возникновение нормальной фазы в локальной зоне сверхпроводника не должно переводить весь сверхпроводник в нормальное состояние. Этого можно достигнуть двумя путями: уменьшением интенсивности тепловыделения или улучшением условий теплоотвода при выделении энергии в сверхпроводнике.

Способы для повышения стабилизации заключаются в увеличении процентного содержания нормального металла высокой теплопроводности и уменьшении геометрического размера сверхпроводниковой жилы. При диаметре жилы менее 10—15 мкм скачки магнитного потока практически невозможны. Поэтому провод содержит сотни и тысячи жил, находящихся в медной матрице. Чем больше коэффициент заполнения по сверхпроводнику, тем больше критический ток и тем ниже уровень стабилизации.

Другая конструктивная особенность многожильных сверхпроводников состоит в том, что жилы имеют форму спирали, для чего они скручиваются вокруг продольной оси (твистируются). Такая транспозиция необходима для снижения тепловыделений при изменении индукции магнитного поля. Характерным размером здесь служит шаг скрутки.

Физические процессы, происходящие в сверхпроводнике при воздействии переменного магнитного поля, достаточно сложны и связаны прежде всего с выделением тепловых потерь, которые можно

эквивалентировать определенным электрическим сопротивлением. Следовательно, сверхпроводник на переменном токе уже не вполне оправдывает свое название.

При работе сверхпроводника как материала для обмотки индуктора КЭМ полностью исключить влияние переменных магнитных полей не представляется возможным. Переменная составляющая магнитного поля при работе КЭМ обусловлена обмоткой якоря и зависит от пространственного и временного распределения возбуждаемого ею магнитного поля.

Изменение магнитного поля во времени при вводе тока в сверхпроводниковую обмотку возбуждения также приводит к внутренним тепловыделениям.

Вследствие этих причин приходится ограничивать значения переменной составляющей магнитного поля в зоне обмотки возбуждения путем экранирования и уменьшением скорости ввода тока [1.19, 1.20].

Проблема работы сверхпроводников в переменных и импульсных магнитных полях характерна и для других объектов, прежде всего для ускорителей элементарных частиц. Для ее решения разработчиками сверхпроводников созданы специальные конструкции провода. Они отличаются значительным увеличением числа жил и уменьшением шага скрутки.

Например, в проводе диаметром 0,85 мм число жил доводится до 3025, диаметр жилы — до 10 мкм, и шаг скрутки — до 10 мм.

Провод на основе сплава ниобий — титан обладает высокой технологичностью. Это обстоятельство сделало его практически единственным проводом, из которого изготавливаются обмотки возбуждения КЭМ различного назначения.

В условиях работы КЭМ, особенно при применении вращающего криостата, возможно повышение температуры в зоне расположения сверхпроводниковой обмотки. Ниобий-титановый сплав очень чувствителен к повышению температуры. Это видно из рис. 1.17, на котором приведены зависимости критической плотности тока от индукции магнитного поля при различных температурах для короткого образца провода диаметром 1,0 мм. Если необходимо повысить температуру и критические значения магнитного поля, то следует обратиться к проводам из ниобий-олова.

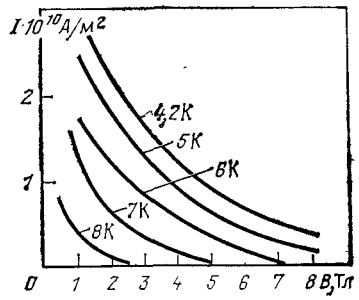


Рис. 1.17. Критические характеристики ниобий-титанового провода

1.3.2. Сверхпроводниковые материалы на основе интерметаллического соединения ниобий — олово

Соединение ниобий — олово было первым техническим сверхпроводником, из которого в 1961 г. Кюнцлером был изготовлен соленоид с сильным магнитным полем. Ниобиевая трубка заполнялась оловом, после намотки из нее соленоида последний подвергался отжигу, и на внутренней поверхности трубки образовывался слой интерметалла. В нем на каждые три атома ниобия приходится один атом олова — Nb_3Sn. Это соединение имеет высокие критические параметры (критическая температура $T_{кр}=18$ К, критическое значение магнитной индукции $B_{кр}=23$ Тл), которые вдвое превосходят соответствующие параметры сплавов ниобия. Способ получения сверхпроводниковой обмотки, названный по последовательности технологического цикла «намотка — отжиг», в течение ряда лет не находил широкого применения из-за сложности его осуществления.

Первые сверхпроводники из ниобий — олова, которые нашли техническое применение, были выполнены в виде тонкой ленты шириной от 3 до 20 мм. Лента содержит несколько слоев интерметаллического соединения толщиной несколько микрометров. Стабилизация провода обеспечивается слоями меди, которые наносятся гальваническим способом. Лента производится методом диффузии: исходная заготовка ниобиевая лента — пропускается через ванну с жидким оловом. Помимо стабилизирующего слоя из меди лента может содержать упрочняющий слой из нержавеющей стали. Опыт эксплуатации магнитных систем из ниобиево-оловянной ленты показал, что уровень стабилизации невелик и ленточный сверхпроводник должен быть защищен от воздействия переменного магнитного потока. Создать ленту из Nb_3Sn с тонкими разделенными нитями оказалось практически невозможным из-за хрупкости слоя интерметаллида.

В 1971 г. в США был предложен метод изготовления сверхпроводника путем диффузии олова в ниобий из бронзовой матрицы. Используя технологический процесс, разработанный ранее для производства ниобий-титанового провода, получают многожильный провод, содержащий нити ниобия в матрице из оловянистой бронзы. После отжига при температуре порядка 1073 К на поверхности нитей образуется слой интерметаллического соединения. Бронзовая матрица представляет собой медный сплав с высоким электрическим сопротивлением, что может привести к снижению уровня стабилизации провода. Поэтому в конструкцию провода вводят дополнительно специальный барьерный слой, предотвращающий «отравление» меди в процессе термообработки. Стабилизация провода может также осуществляться путем гальванического нанесения меди после термообработки.

В настоящее время промышленностью освоены многожильные сверхпроводниковые провода на основе ниобий — олова [1.16].

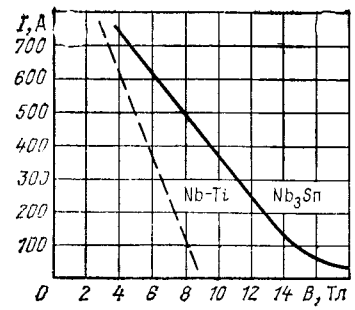


Рис. 1.18. Сравнение критических характеристик ниобий-оловянного провода с ниобий-титановым

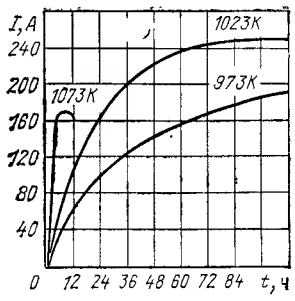


Рис. 1.19. Зависимость критических параметров от режима термообработки

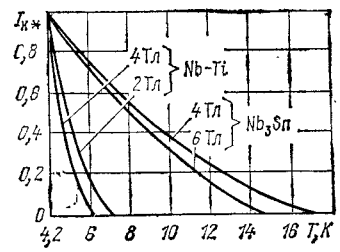


Рис. 1.20. Температурная зависимость критических параметров сверхпроводниковых проводников ($I_{к*}$ — относительное значение критического тока)

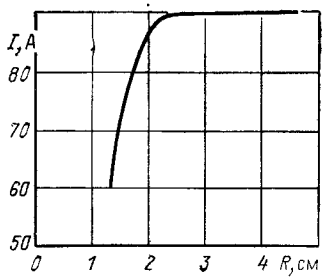


Рис. 1.21. Зависимость критического тока провода от радиуса изгиба

На рис. 1.18 приведена характеристика ниобий-оловянного провода диаметром 1,0 мм, имеющего 7225 жил. Диаметр жилы 5 мкм. Как установлено исследованиями, критические параметры ниобий-оловянного провода в большой степени зависят от режима термообработки [1.21].

На рис. 1.19 показана зависимость критического тока многожильного провода диаметром 1,0 мм при индукции магнитного поля 12 Тл от времени и температуры отжига. Из приведенных зависиостей видно, что оптимальный технологический режим отжига — при температуре 1072 К в течение 60 ч.

Сравнить параметры провода из ниобий-олова и широко распространенного провода из сплава ниобий — титан можно на примере проводов диаметром 1,0 мм, характеристики которых при температуре 4,2 К приведены на рис. 1.18. Сравнение показывает, что ниобий-оловянный провод позволяет работать в области более сильных магнит-

ных полей. В магнитном поле с индукцией 5 Тл значение критического тока ниобий-оловянного провода составляет 680 А, что в 1,4 раза выше, чем у ниобий-титанового провода, критический ток которого 490 А.

Изменение свойств проводов в зависимости от температуры показано на рис. 1.20. Сравнение, проводимое по отношению к току при 4,2 К, показывает, что применение ниобий-оловянного провода позволяет расширить температурный диапазон работы сверхпроводниковых магнитных систем. Высокие свойства ниобий-оловянного сверхпроводника были бы весьма полезными при использовании его в конструкции КЭМ. Применение ниобий — олова дает возможность, в частности, отказаться от жидкостного и перейти на газовое охлаждение криогенной системы, что позволяет упростить конструкцию и повысить надежность КЭМ.

Однако следует иметь в виду и негативные особенности ниобий-оловянного сверхпроводника. Основной его недостаток — хрупкость интерметаллического соединения. Провод из ниобий — олова требует повышенной аккуратности и соблюдения специальных мер при намотке: провод должен быть предварительно намотан на специальные кассеты. На рис. 1.21 показано, как меняется критический ток провода диаметром 0,5 мм в зависимости от радиуса изгиба.

При разработке материалов для обмоток возбуждения КЭМ особое внимание следует уделить электрической изоляции провода. Изоляция провода работает в необычных условиях, и к ней предъявляется ряд требований: длительная работа при температуре жидкого гелия под действием значительных внутренних сил; способность выдерживать многократные циклы изменения температуры от 4 до 300 К; технологическая совместимость с компаундами и наполнителями и способность выдерживать режим намотки и термообработки катушки; повышенная электрическая прочность, так как при переходе сверхпроводника в нормальное состояние между витками обмотки может возникнуть разность потенциалов до нескольких киловольт.

Многолетний опыт применения сверхпроводников показал, что этим требованиям соответствуют эмаль-лаки типа винифлекс, полиэфир и полиимид [1.22].

1.4. Конструкционные материалы

Работы по созданию КЭМ со сверхпроводниковыми обмотками возбуждения поставили вопрос о необходимости применения конструкционных сталей со свойствами, которые не требовались в традиционных конструкциях электромашиностроения. Стали, предназначенные для изготовления роторов криотурбогенераторов, должны обладать: высокими механическими свойствами в температурном диапазоне 300—4,2 К, в том числе и достаточной пластичностью и вязкостью при температуре

4,2 К; вакуумной плотностью; немагнитностью в сильных магнитных полях в напряженном состоянии при криогенных температурах; технологичностью; высокими механическими свойствами сварных швов в диапазоне температур 300—4,2 К; низкой теплопроводностью в интервале температур 300—4,2 К.

Увеличение мощности создаваемых криотурбогенераторов приводит к повышению требований к механическим свойствам сталей для конструкции роторов криотурбогенераторов (табл. 1.3).

Таблица 1.3. **Требования к механическим свойствам аустенитных сталей для роторов криотурбогенераторов различной мощности**

Мощность криотурбогенератора, МВт	Температура, К	Механические свойства			
		Предел прочности $\sigma_в$, МПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$, МПа	Относительное удлинение δ, %	Ударная вязкость для образцов с надрезом $a_н$, кДж/м²
До 5	300	350	250	20	980
	4,2	700	500	20	490
20	300	450	350	20	980
	4,2	800	700	20	490
300	300	1100	1000	15	490
	4,2	1300	1200	10	295
800—1200	300	1100	1000	15	490
	4,2	1700	1600	10	295

К настоящему времени в СССР проведен ряд исследований механических свойств сталей и сплавов для определения возможности их применения в конструкциях роторов КЭМ со сверхпроводниковыми обмотками. В табл. 1.4 приведены результаты этих исследований [1.25—1.27].

При создании криогенных узлов КЭМ, в особенности для машин малой мощности, применяется сталь 12Х18Н10Т. К достоинствам этой стали относятся технологичность обработки, широкий диапазон выпускаемых сортаментов. Сталь обладает высоким уровнем вязкости и пластичности в интервале температур от 293 до 4 К, однако имеет низкий предел текучести. В процессе низкотемпературного деформирования она претерпевает магнитное превращение и ее относительная магнитная проницаемость повышается до нескольких десятков.

У всех остальных сталей, указанных в табл. 1.4, с понижением температуры от 293 до 20 К прочностные свойства ($\sigma_в$ и $\sigma_{0,2}$) увеличиваются. При охлаждении до 4,2 К у стали 0Х20Н4АГ10 эти параметры падают. Наименьшее увеличение прочностных свойств наблюдается у сплавов 36НХТЮ, 03ХН40МТЮБР и ХН63М9Б20.

Реакция на концентрацию напряжений определяется отношением $\sigma_{в,н}/\sigma_{0,2}$, где $\sigma_{в,н}$ — временное сопротивление для образцов с надрезом, которое больше единицы у всех материалов, кроме стали

Таблица 1.4. Механические и физические свойства некоторых сталей и сплавов при низких температурах

Марка стали и сплава	Температура, К	Механические свойства							μ_r при индукции 0,04 Тл
		$\sigma_в$, МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ, %	ψ, %	$\sigma_{в.н}/\sigma_в$	$\psi_н/\psi$	$a_н$, кДж/м²	
12Х18Н10Т	273	607	295	50	80	1,42	0,77	2950	—
	77	1510	421	36	62	1,27	0,29	2060	10,9
	20	1755	490	32	60	—	—	1570	8,8/3,19
	4,2	1490	490	50	58	1,07	0,23	—	—
15Х18Н12С4ТЮ	273	785	470	45	70	1,66	0,35	1275	10,4
	77	1470	735	45	50	1,25	0,11	490	14,0
	20	1550	882	32	46	1,19	—	490	—
	4,2	1570	930	30	45	1,0	0,05	—	12,6/33,6
12Х21Н5Т	273	785	362	28	62	1,58	0,52	2550	30,5/33,4
	77	1470	588	25	52	1,22	0,21	490	29,2/33,7
	20	1520	735	24	46	—	—	392	29,0/30,9
	4,2	1570	785	23	45	1,07	0,07	—	—
0Х20Н4АГ10	273	930	588	40	60	1,72	0,40	2060	1,001/1,004
	77	1715	1275	10	10	1,12	0,15	147	1,002/1,0015
	20	2058	1666	3	4	0,86	0,20	147	1,0028/1,0021
	4,2	1911	1617	2	3	0,68	0,04	—	1,0035/1,0017
36НХТЮ	273	1050	607	30	58	1,61	0,43	882	1,0023/1,0027
	77	1420	765	30	45	1,40	0,43	785	1,0024/1,0018
	20	1550	785	32	40	1,37	0,41	686	1,0026/1,0021
	4,2	1520	833	26	42	1,40	0,41	—	1,0322/1,0019
03ХН40МТЮБР (лист горячекатаный)	273	1275	735	25	42	1,61	0,27	490	1,00349/1,00350
	77	1520	930	30	30	1,50	0,3	392	1,00049/1,00052
	20	1656	981	32	28	1,43	0,3	—	—
	4,2	—	—	—	—	—	—	—	1,00352/1,00044
ХН63М9Б2Ю	293	1275	882	25	—	—	—	805	—
	77	1490	1050	25	—	—	—	667	—
	20	1570	1127	19	—	—	—	637	—
	4,2	1530	1155	18	—	—	—	785	1,01

Примечание. В последнем столбце приведена относительная магнитная проницаемость $\mu_r = \mu_a/\mu_0$; в числителе даны значения μ_r для образца, вырезанного из недеформированной части разрывного образца (головки), в знаменателе — для образца, вырезанного из деформированной части разрывного образца; ψ — относительное сужение образца после разрыва; $\psi_н$ — то же для образцов с надрезом.

0Х20Н4АГ10, т. е. только эта сталь оказывается чувствительной к надрезу.

Наибольшую ударную вязкость во всем интервале температур имеет сталь 12Х18Н10Т. Низкие температуры практически не влияют на ударную вязкость сплавов 36НХТЮ и ХН63М9Б20, ударная вязкость стали 0Х20Н4АГ10 значительно уменьшается.

Относительная магнитная проницаемость сплавов 36НХТЮ и 03ХН40МТЮБР и стали 0Х20Н4АГ10 $\mu_r < 1{,}005$, поэтому их можно отнести к немагнитным материалам. Двухфазные стали 15Х18Н12С4ТЮ, 12Х18Н10Т и 12Х21Н5Т имеют μ_r порядка десятков. У сталей 15Х18НС4ТЮ и 12Х18Н10Т при низкотемпературном деформировании магнитная проницаемость возрастает, что, очевидно, связано с мартенситным превращением.

Кроме исследования перечисленных выше сталей и сплавов было проведено также исследование механических и магнитных свойств их сварных соединений в интервале температур 293—4,2 К. Данные этих исследований приведены в табл. 1.5 [1.28, 1.30], из которой видно, что механические свойства сварных соединений стали 12Х18Н10Т в интервале температур 293—20 К близки к свойствам основного металла. Однако соединения, полученные электронно-лучевой сваркой, при криогенных температурах не склонны к разрушению по шву или околошовным зонам. Они обладают повышенной надежностью по сравнению с соединениями, выполненными аргонно-дуговой сваркой.

Результаты механических испытаний сварных соединений сталей 15Х18Н12СЧТЮ, 12Х21Н5Т и сплавов 36НХТЮ, 03ХН40МТЮБР показывают, что с понижением температуры сталей их предел текучести возрастает, предел прочности возрастает до 77 К, а далее несколько снижается; у сплавов пределы прочности и текучести возрастают с понижением температуры.

Сплав ХН63М9Б2Ю имеет прочность сварного соединения около 90 % прочности основного металла, а пластичность и ударная вязкость этого сплава находятся на уровне показателей основного металла в диапазоне 293—20 К.

Таким образом, сплавы 36НХТЮ, 03ХН40МТЮБР и ХН63М9Б2Ю и их сварные соединения обладают высокой прочностью, хорошей пластичностью, стабильной структурой и мало чувствительны к концентрации напряжений во всем интервале температур 293—4,2 К.

Сталь 12Х18Н10Т и ее сварные соединения обладают высоким уровнем вязкости и пластичности в интервале температур 293—4,2 К, однако имеют низкий предел текучести. Сталь 0Х20Н4АГ10 ниже 77 К малопластична и чувствительна к концентрации напряжений. Сталь 15Х18Н12СЧТЮ и ее сварные соединения имеют удовлетворительную прочность и пластичность при низких температурах, однако в процессе низкотемпературного деформирования у них наблюдается мартенситное превращение с ростом μ_r.

Таблица 1.5. **Механические свойства сварных соединений сталей и сплавов при низких температурах**

Марка материала	Вид сварки	Температура, К	Механические свойства					
			$\sigma_в$, МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ, %	ψ, %	$\sigma_{в,н}/\sigma_в$	$a_н$, кДж/м²
12Х18Н10Т	Аргонно-дуговая	293	578	235	31	—	—	—
		77	1381	392	33	—	—	—
		20	1430	441	28	—	—	—
		4,2	1381	275	29	—	—	—
	Электронно-лучевая	293	607	245	32	—	—	—
		77	1520	372	32	—	—	—
		20	1430	480	28	—	—	—
		4,2	1480	470	30	—	—	—
15Х18Н12С4ТЮ	Электронно-лучевая	293	656	392	42	51	1,84	—
		77	1283	637	23	20	1,2	—
		20	1195	754	12	16	1,05	—
12Х21Н5Т	Электронно-лучевая	293	745	411	19	9,3	1,98	—
		77	1097	617	6,4	5,4	1,0	—
		20	989	774	2,5	3,8	0,89	—
36НХТЮ	Электронно-лучевая	293	1078	695	24	36	1,72	—
		77	1381	774	22	27	1,5	—
		20	1510	833	25	26	1,36	—
03ХН40МТЮБР	Электронно-лучевая	293	1205	745	16	24	1,58	—
		77	1401	862	19	20	1,4	—
		20	1411	1019	11,7	14,7	—	—
ХН63М9Б2Ю	Плазменно-дуговая	293	882	—	—	38	—	687
		77	1087	—	—	32	—	638
		20	1275	—	—	25	—	588
	Аргонно-дуговая	293	785	—	—	40	—	785
		77	1137	—	—	25	—	480
		20	1265	—	—	22	—	432

Сталь 12Х21Н5Т характеризуется удовлетворительной прочностью и пластичностью до 4 К, но при криогенных температурах ее сварные соединения склонны к хрупкому разрушению.

Интерес представляют также α-титановые сплавы, механические свойства которых представлены в табл. 1.6 [1.31].

У титановых сплавов относительное удлинение до температуры жидкого азота остается практически неизменным; при температуре 20 К наблюдается заметное охрупчивание сплавов. При дальнейшем охлаждении пластичность восстанавливается: при температуре жидкого гелия удлинение превосходит значения δ, полученные для 20 К.

Необходимо отметить, что на статические характеристики титановых сплавов ощутимое влияние оказывает сортамент, в то время как практически полностью отсутствует влияние анизотропии свойств.

Таблица 1.6

Температура, К	$\sigma_в$, МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ, %	$a_н$, кДж/м²
293	578	568	11	480
	617	588	13	765
200	706	607	11	382
	764	672	14	628
77	960	768	11	196
	1058	989	15	382
20	1120	862	6	186
	1294	1235	8	334
4,2	1166	833	15	176
	1245	1147	18	304

Примечание. Для каждой температуры даны максимальное и минимальное значения параметра, взятые из различных литературных источников.

1.5. Обзор основных исследований, проводимых по КЭМ в СССР и за рубежом

Появившиеся в 1966 г. КЭМ прошли определенную стадию усовершенствования в рамках общего развития прикладной сверхпроводимости. Результаты проведенных работ были изложены в научно-технических журналах, в материалах международных и национальных конференций, в патентных публикациях и в книгах по электрическим машинам [1.17].

К настоящему времени созданы КЭМ в широком диапазоне мощностей: от моделей в несколько киловатт до опытных образцов в десятки мегаватт. На рис. 1.22 показано, как развивалось это новое направление электромашиностроения во времени. В верхней полуплоскости охарактеризованы КЭМ переменного тока, а в нижней — КЭМ постоянного тока, разработанные и испытанные в различных странах.

Следует отметить, что не всегда информация о том или ином испытании новой КЭМ была достаточно полной. Многие разработки достигали лишь стадии испытаний отдельных узлов. Длительные испытания под полной нагрузкой были проведены только для немногих КЭМ. Эти обстоятельства связаны не столько с неудачами, сколько с недостаточной технической оснащенностью исследователей.

Первая электрическая машина со сверхпроводниковой обмоткой была сконструирована и испытана в США в 1966 г. [1.32]. Машина представляла собой четырехполюс-

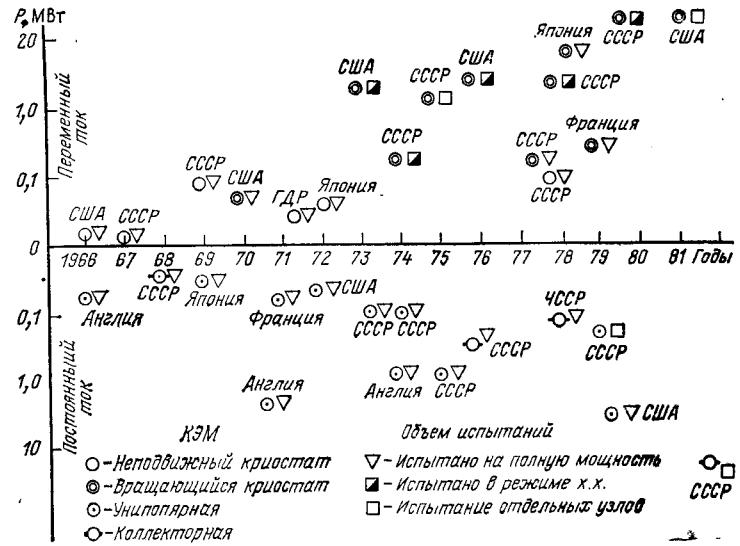


Рис. 1.22. Развитие КЭМ в различных странах

ный синхронный генератор вертикального исполнения. В нижней части цилиндрического сосуда Дьюара, который имел дополнительную полость диаметром 80 мм, располагалась обмотка индуктора. Она состояла из четырех овальных катушек, намотанных из омедненного ниобий-циркониевого провода. Выполненный из стекловолокна корпус якоря располагался снаружи индуктора и с помощью алюминиевой втулки прикреплялся к дну криостата. Частота вращения якоря была 12 000 об/мин, средняя индукция магнитного поля возбуждения составляла 0,3 Тл, расчетное значение мощности равнялось 8 кВт.

Первый электродвигатель с обмоткой из сверхпроводника был сконструирован и испытан также в 1966 г. в Англии [1.33]. Он представлял собой униполярную машину дискового типа, якорь которой вращался в «теплом» объеме кольцевого криостата. Внутри криостата располагалась цилиндрическая обмотка из провода на основе сплава ниобий — цирконий. При частоте вращения 2000 об/мин двигатель развивал мощность 37,5 кВт.

В СССР первая электрическая машина со сверхпроводниковой обмоткой была сконструирована и испытана в 1967 г. [1.34]. Это был синхронный генератор горизонтального исполнения с внутренним расположением якоря.

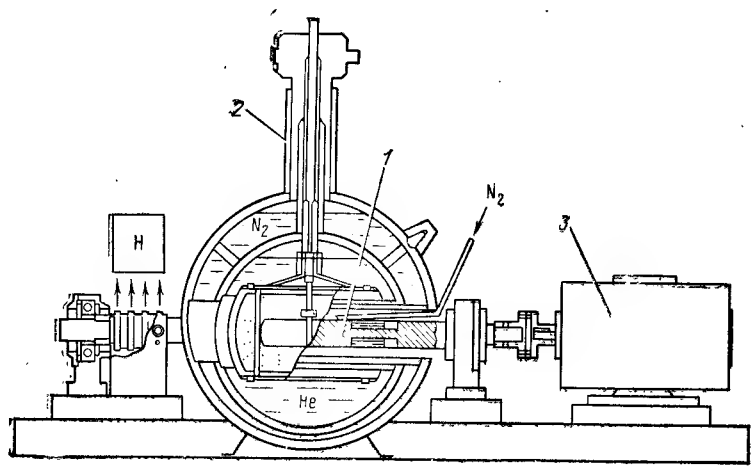


Рис. 1.23. Конструктивная схема первой советской КЭМ:
1 — якорь; *2* — сверхпроводниковый индуктор; *3* — приводной двигатель; **He** — жидкий гелий; N_2 — жидкий азот; *H* — нагрузка

Схема этой машины показана на рис. 1.23. Сверхпроводниковый индуктор был изготовлен из ниобий-циркониевого провода. Он состоял из двух катушек прямоугольной формы длиной 150 мм, намотанных на стальной каркас. Сверхпроводниковая обмотка располагалась в сферическом сосуде Дьюара и с помощью тяги закреплялась на верхней крышке. Якорь выполнялся из текстолита и имел наружный диаметр 30 мм. Трехфазная катушечная обмотка укладывалась в выфрезерованные пазы и бандажировалась стеклолентой. Якорь имел поверхностное охлаждение жидким азотом. Во время испытаний среднее значение магнитной индукции в обмотке якоря составляло 1,5 Тл. При частоте вращения 3000 об/мин генерировалась мощность 600 Вт.

Эти успешные начальные шаги стимулировали развитие сверхпроводникового электромашиностроения. В течение нескольких лет во всех крупнейших электротехнических фирмах появились первые модели различной мощности и различного конструктивного исполнения. Уже в 1969 г. в СССР был создан и испытан на полную мощность генератор 100 кВт, 3000 об/мин. В дальнейшем аналогичные работы были выполнены в ГДР и Японии.

Первый коллекторный электродвигатель со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения был изготовлен и испытан в СССР в 1969 г. [1.35]. Машина имела вертикаль-

ное исполнение с внутренним расположением якоря. Двухполюсная обмотка возбуждения седлообразной формы наматывалась проводом из сверхпроводника ниобий—цирконий и устанавливалась в криостате, выполненном в форме кольцевого цилиндра. Якорь имел диаметр 98 и длину 96 мм и был сделан из гетинакса. При частоте вращения 2850 об/мин мощность электродвигателя составила 2,5 кВт.

Период первоначального развития КЭМ завершается созданием в 1969 г. в США модели турбогенератора с вращающимся криостатом. Обмотка возбуждения изготовлена из сплава ниобий—титан в медной матрице и помещена в цилиндрический сосуд Дьюара, к крышке и днищу которого приварены короткие валы, устанавливаемые в подшипниках. Диаметр криостата 132 мм, длина 620 мм. Обмотка якоря выполнена из круглого транспонированного провода и с помощью пластмассовых клиньев закреплена внутри шихтованного ферромагнитного экрана.

В начальный период развития (1966—1970 гг.) были созданы небольшие модели КЭМ, необходимые для проверки работоспособности и понимания физики электромеханических процессов, происходящих в КЭМ.

Последующий период с 1970 по 1977 г. характеризуется созданием крупных моделей КЭМ и поиском принципиальных конструктивных решений важнейших узлов: сверхпроводниковой обмотки, криостатов, токовводов, гелиеподводов, беспазового якоря.

Крупнейшие электропромышленные фирмы и научно-исследовательские центры СССР, США, Англии, Франции, ФРГ, Японии и других стран проявили серьезный интерес к проблеме и начали проведение научных исследований. Была разработана новая технология изготовления обмоток и узлов криостата, был выполнен комплекс теоретических исследований по определению магнитных полей, электрических параметров и характеристик КЭМ.

Подробно изучались теплофизические процессы, связанные с криостатированием и захолаживанием криогенных систем. На базе этих исследований разрабатывались методики расчетов и рекомендации по проектированию КЭМ.

Перечисляя эти работы, следует отметить криотурбогенераторы, разработанные в США: на 5 МВ·А, 3600 об/мин [1.36] и на 5 МВ·А, 12 000 об/мин, масса 450 кг [1.37].

К наивысшим достижениям этого периода следует отнести исследования, проведенные во ВНИИэлектромаш (СССР) и в фирме «Дженерал Электрик» (США) по созданию криотурбогенераторов мощностью 20 МВ·А [1.4].

В области униполярных криоэлектродвигателей важной вехой явилось создание фирмой IRD (Англия) двигателя мощностью 2400 кВт, 200 об/мин [1.38]. Диаметр внутреннего отверстия криостата, в котором вращался сегментированный диск, составлял 2,2 м. Номинальное напряжение двигателя 440 В. Масса ниобий-титановой обмотки возбуждения с медной матрицей достигала 4,5 т. Для этого двигателя выполнена первая попытка осуществить регулярную работу КЭМ в условиях эксплуатации. В комплекте с двигателем, использованным для электропривода насоса АЭС, была установлена система криообеспечения в виде рефрижератора хладопроизводительностью 25 Вт на уровне 4,4 К. В качестве попытки решения проблемы скользящего контакта была разработана и применена новая конструкция металлизированных углеволокнистых щеток, плотность тока в которых достигала 90 А/см^2 при окружной скорости 20 м/с. В этот период были определены области промышленности и транспорта, в которых целесообразно применение КЭМ.

Исследования показали, что криотурбогенераторы могут быть созданы на единичную мощность более 2000 МВт, технико-экономические показатели их будут увеличены за счет повышения коэффициента полезного действия на 0,8—1,0%. Высокоскоростные турбогенераторы могут найти применение на транспорте в качестве малогабаритных и легких источников электрической энергии.

Электродвигатели благодаря существенному уменьшению массы могут устанавливаться в судовых системах электродвижения, например на ледоколах [1.39]. Одну из областей применения КЭМ демонстрирует их использование в качестве электродвигателей для реверсивного электропривода. Испытание малоинерционного криодвигателя мощностью 200 кВт, 400 об/мин, показало возможность уменьшения махового момента ротора в 2 раза в коллекторном и в 3 раза в вентильном исполнении машины [1.3]. Применение малоинерционного криодвигателя мощностью 10 МВт для привода прокатного стана позволит увеличить его производительность на 12%.

Перечисленные работы создали основу нового направления в электромашиностроении. Были выявлены причины, замедляющие темп его развития, которые связаны с освоением трудоемкой технологии изготовления испытательного криогенного оборудования, разработкой методологии исследований.

Примерно с 1977 г. наступила современная фаза развития КЭМ. Достаточно четко наметились тенденции в развитии конструкции КЭМ различного назначения. Крупнейшие фирмы приступили к разработке и изготовлению опытно-промышленных образцов криотурбогенераторов и электродвигателей.

В СССР ведутся работы по созданию криотурбогенератора мощностью 300 МВт [1.4]. Фирма «Вестингауз» также разрабатывает криотурбогенератор на 300 МВ·А, 3600 об/мин. Предполагается, что машина будет установлена на электростанции в 1985 г. [1.4]. Полная длина машины по сравнению с длиной турбогенератора обычной конструкции уменьшится на 3,2 м. Индуктивное сопротивление снизится в 1,7 раза, а КПД увеличится на 0,8%.

Безусловно, на пути создания этих уникальных машин предстоит преодолеть немало трудностей. Из-за сложности конструкции проблема обеспечения надежности в эксплуатации еще ждет своего решения. Серьезной является проблема устойчивости конструкции к механическим воздействиям при коротких замыканиях.

Много нерешенных вопросов выдвигает система криостатирования. Однако не вызывает сомнения, что решение указанных задач вполне доступно современному развитию науки и техники. КЭМ получат в будущем широкое распространение, тем самым будут реализованы на практике полезные свойства сверхпроводников.

ГЛАВА ВТОРАЯ

МЕТОД РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В КРИОГЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

2.1. Постановка задачи и выбор метода расчета

Расчет магнитного поля в КЭМ выполняется на основе общих методов теории электромагнитного поля, разработанных в трудах советских ученых И. Е. Тамма, Г. А. Гринберга, Л. Р. Неймана, К. С. Демирчяна, О. В. Тозони и др. [2.1, 2.2]. Эти методы получили значительное развитие применительно к конкретным электрическим машинам в работах И. А. Глебова, Я. Б. Данилевича, В. В. Домбровского, А. В. Иванова-Смоленского, Т. Г. Сорокера, Г. М. Хуторецкого и др. [1.4, 2.3, 2.4].

Расчет магнитного поля в КЭМ имеет ряд особенностей связанных с тем, что конструкция КЭМ существенно отличается от конструкции всех других классов электрических машин. Конструктивная схема типичной разноименнополюсной КЭМ показана на рис. 2.1. Сверхпроводниковая обмотка *1* используется в качестве индуктора. В зоне индуктора отсутствует магнитный сердечник для направления и концентрации потока возбуждения. Внешний ферромагнитный экран *3* служит для усиления магнитного поля в зоне обмотки якоря *2* и ограничения распространения его в окружающее пространство.

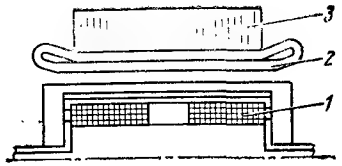


Рис. 2.1. Конструктивная схема КЭМ:

1 — сверхпроводниковая обмотка возбуждения; *2* — обмотка статора; *3* — ферромагнитный экран

Эти конструктивные отличия обусловливают существенные особенности расчета магнитного поля в КЭМ. Отсутствие сердечника в индукторе и зубцов в зоне обмотки якоря приводит к тому, что магнитное поле неравномерно распределяется по длине машины. В связи с этим в КЭМ необходимо выполнять расчет трехмерного магнитного поля. Ферромагнитный экран в общем случае может быть сплошным или шихтованным.

Краевая задача расчета магнитного поля в КЭМ при учете вихревых токов и насыщения экрана формулируется следующим образом: найти векторные магнитные потенциалы $\boldsymbol{A}_п$ в безграничном пространстве $V_п$ с магнитной постоянной μ_0 и в объеме ферромагнитного экрана $\boldsymbol{A}_э$ с абсолютной магнитной проницаемостью $\mu_{aэ}$ и удельной электрической проводимостью $\gamma_э$, удовлетворяющие согласно [2.4] уравнениям

$$\Delta \boldsymbol{A}_п = -\mu_0 \boldsymbol{J}_{к\,i} \text{ внутри области обмоток } V_{к\,i}\ (i = 1, 2, \ldots, n); \quad (2.1)$$

$$\Delta \boldsymbol{A}_п = 0 \text{ в пространстве } V_п - \sum_{i=1}^{n} V_{к\,i}; \quad (2.2)$$

$$\operatorname{rot}(1/\mu_{a\,э}) \operatorname{rot} \boldsymbol{A}_э = -\gamma_э \partial \boldsymbol{A}_э / \partial t \text{ внутри области ферромагнитного экрана } V_э, \quad (2.3)$$

где $\boldsymbol{J}_{кi}$ — плотность тока в i-й катушке.

На поверхности ферромагнитного экрана $S_э$ векторные магнитные потенциалы должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\boldsymbol{n}^0 \times \boldsymbol{A}_п = \boldsymbol{n}^0 \times \boldsymbol{A}_э; \quad (2.4)$$

$$(1/\mu_0)\boldsymbol{n}^0\times\mathrm{rot}\ \boldsymbol{A}_{\text{п}}=(1/\mu_{a\text{э}})\boldsymbol{n}^0\times\mathrm{rot}\ \boldsymbol{A}_{\text{э}}, \qquad (2.5)$$

где $\boldsymbol{n}^0$ — единичный вектор нормали к поверхности ферромагнитного экрана.

Решению краевой задачи (2.1)—(2.5) расчета магнитного поля в КЭМ посвящены работы [2.5—2.8].

Рассмотрим решение этой краевой задачи различными методами.

Аналитические методы. Аналитические методы используются главным образом при расчете двумерных магнитных полей в кусочно-однородных средах [2.9]. Достоинством аналитических методов расчета в отличие от численных является представление решений в компактной, обозримой форме, что облегчает анализ получаемых результатов расчетов.

Для расчета трехмерного квазистационарного магнитного поля в КЭМ при наличии однородных граничных условий используется метод разделения переменных [2.5]. Область, в которой рассчитывается магнитное поле, разбивается на тороиды прямоугольного поперечного сечения и круговые цилиндры конечной длины, причем свойства среды в каждой из частичных областей предполагаются однородными. Для каждой из частичных областей записывается одно из уравнений (2.1)—(2.3), которые затем решаются совместно с учетом краевых условий на поверхностях раздела частичных областей. В частичной области, расположенной внутри нажимной плиты, решается уравнение (2.3), которое в цилиндрической системе координат эквивалентно трем скалярным уравнениям:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\dot{A}_\rho-\frac{2}{\rho^2}\frac{\partial\dot{A}_\varphi}{\partial\varphi}-\frac{\dot{A}_\rho}{\rho^2}-k^2\dot{A}_\rho=0;\\
&\Delta\dot{A}_\varphi+\frac{2}{\rho^2}\frac{\partial\dot{A}_\varphi}{\partial\varphi}-\frac{\dot{A}_\varphi}{\rho^2}-k^2\dot{A}_\varphi=0;\\
&\Delta\dot{A}_z-k^2\dot{A}_z=0,
\end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

где $k^2=j\omega\gamma_{\text{п}}\mu_{a\text{п}}$; $\gamma_{\text{п}}$ — удельная электрическая проводимость материала нажимной плиты; $\mu_{a\text{п}}$ — абсолютная магнитная проницаемость нажимной плиты; ω — угловая скорость.

Для применения метода разделения переменных при решении системы (2.6) вводится дополнительный потенциал $\dot{\boldsymbol{P}}$ посредством формулы

$$\dot{\boldsymbol{A}}=\mathrm{rot}\ \dot{\boldsymbol{P}}. \qquad (2.7)$$

Расчет магнитного поля в КЭМ проводится при следующих допущениях: 1) относительная магнитная проницаемость ферромагнитного экрана принимается равной бесконечности; 2) обмотки КЭМ располагаются на поверхностях круговых цилиндров и представляют собой бесконечно тонкие токовые слои.

Метод конечных разностей. Общим методом решения линейных или нелинейных задач расчета магнитных полей служит широко применяемый конечно-разностный метод.

В [2.6] выполнен расчет трехмерного магнитного поля и потерь в торцевой зоне КЭМ конечно-разностным методом. Расчет проводится с последовательным учетом насыщения, шихтовки и вихревых токов в ферромагнитном экране. На первом расчетном этапе влияние вихревых токов не учитывалось, т. е. задача решалась как магнитостатическая с использованием скалярного магнитного потенциала по методу К. С. Демирчяна приведения стационарного поля тока к потенциальному полю источников [2.1]. На этом этапе находится распределение сторонней компоненты векторного потенциала $\boldsymbol{A}_{\text{ст}}$. На втором этапе определяется вихревая компонента векторного потенциала $\boldsymbol{A}_{\text{в}}$, которая учитывает воздействие вихревых токов.

Заметим, что метод [2.1] более эффективен, чем метод, использующий векторный магнитный потенциал $\boldsymbol{A}$, так как по [2.3] не требуется вычислять все три компоненты $\boldsymbol{A}$.

Метод конечных элементов. Первоначально этот вариационно-разностный метод был разработан для решения линейных и нелинейных задач теории упругости и строительной механики. Для расчета магнитных полей в электрических машинах данный метод применен в [2.7, 2.8].

В [2.8] дан теоретический подход к расчету трехмерного магнитного поля в КЭМ. Решение краевой задачи (2.1)—(2.5) соответствует минимуму функционала

$$F(A_j)=\int\limits_{V_{\text{п}}+V_{\text{э}}}\left[\int\limits_0^B HdB+\gamma_{\text{э}}A_j\frac{\partial A_j}{\partial t}-J_{\text{к}\,j}A_j\right]dV;\ j=x,\ y,\ z, \qquad (2.8)$$

где B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля.

В [2.8] показано, что расчет трехмерного магнитного поля в КЭМ методом конечных элементов с необходимой для практики точностью требует разбиения области расчета на большое число трехмерных элементов. Система алгебраических уравнений при общем подходе к решению такой задачи может иметь порядок до нескольких десятков и даже сотен тысяч. Решение данных систем уравнений на распространенных в настоящее время ЭВМ затруднительно.

Расчет магнитного поля в КЭМ методом конечных элементов проводится при использовании приближенных граничных условий на поверхности проводящих сред и с применением скалярного магнитного потенциала в сочетании с разложением потенциальных источников поля на пространственные гармоники по угловой координате. Такой подход позволяет построить алгоритм на основе минимизации энергетического

функционала для комплексных амплитуд пространственных гармоник с использованием двумерных конечных элементов и минимизации функционала, учитывающего наличие вихревых токов на поверхности проводящей среды, с использованием одномерных конечных элементов.

Метод интегральных уравнений. Математическая теория интегральных уравнений дана в [2.11].

В общем случае линейное интегральное уравнение имеет вид

$$G(x)Y(x) + \lambda_и \int_D K(x, z)Y(z)dz = f(x), \qquad (2.9)$$

где $Y(x)$ — искомая функция; свободный член $f(x)$, ядро уравнения $K(x, z)$ и коэффициент $G(x)$ — известные функции; $\lambda_и$ — параметр интегрального уравнения; D — область интегрирования.

Интегральное уравнение (2.9) называется уравнением первого рода, если $G(x)=0$ для $x \in D$, и уравнением второго рода, если $G(x) \neq 0$ для всех $x \in D$. Интегральное уравнение называется уравнением Фредгольма, если ядро $K(x, z)$ в уравнении (2.9) вполне непрерывно, и уравнением Вольтерра, если ядро $K(x, z)$ в (2.9) обращается в нуль при $z > x$.

Для численного решения интегральных уравнений наиболее часто используются следующие методы: метод квадратурных формул, метод вырожденных ядер, метод последовательных приближений [2.11].

Впервые метод интегральных уравнений для аналитического расчета магнито- и электростатических полей в кусочно-однородных линейных средах предложил Г. А. Гринберг. В [2.2] выполнено дальнейшее развитие метода интегральных уравнений, получены интегральные уравнения для электро- и магнитостатических полей, а также для вихревых токов в неоднородных, анизотропных и нелинейных средах.

По методу интегральных уравнений влияние неоднородной среды учитывается вторичными источниками, которые вводятся всюду, где меняются характеристики среды. Это позволяет привести систему уравнений, описывающую поле в неоднородной среде, к системе, описывающей эквивалентное поле в вакууме. Расчет магнитного поля сводится к нахождению распределения вторичных источников путем решения системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно плотностей вторичных источников. Далее легко определяется индукция магнитного поля.

2.2. Расчет магнитного поля в однородной среде

Как указывалось, чтобы в однородной среде с магнитной проницаемостью μ_0 создать магнитное поле, эквивалентное магнитному полю в КЭМ, необходимо на поверхности и в объеме ферромагнитного экрана ввести вторичные источники. Наиболее эффективно для учета на-

магниченности ферромагнитного экрана вводить скалярные вторичные источники, а не векторные: одно интегральное уравнение, содержащее векторную функцию, равносильно двум или трем уравнениям, содержащим скалярные функции. Таким образом, для учета намагниченности ферромагнитного экрана в КЭМ целесообразно использовать фиктивные поверхностные и объемные магнитные заряды. В этом случае вектор результирующей напряженности магнитного поля можно представить как сумму

$$\dot{H} = \dot{H}^{в,к} + \dot{H}^{в,э} + \dot{H}^{п}, \qquad (2.10)$$

где $\dot{H}^{в,к}$ — вихревая составляющая от токов в катушках; $\dot{H}^{в,э}$ — то же от вихревых токов в экране; $\dot{H}^{п}$ — потенциальная составляющая, созданная фиктивными поверхностными и объемными магнитными зарядами.

Согласно закону Био—Савара—Лапласа находим

$$\dot{H}^{в,к}(Q) = -\frac{1}{4\pi} \int_{V_{к\,i}} \frac{J_{к\,i}(N) \times r_{QN}}{r_{QN}^3} dV_N, \qquad (2.11)$$

где r_{QN} — расстояние между точками наблюдения Q и источника поля N.

Чтобы повысить точность и сократить время расчета на ЭВМ $\dot{H}^{в,к}$ по (2.11), необходимо уменьшить объем вычислений, приходящихся на долю численного интегрирования, и увеличить вклад аналитических преобразований. С этой целью катушки сложной конфигурации разбиваются на простейшие элементы: дуги круговых витков, отрезки прямых проводников, прямоугольные призмы и др., магнитное поле которых может быть рассчитано аналитически. Поле катушки получается суммированием магнитных полей элементов разбиения.

Один из универсальных алгоритмов расчета напряженности магнитного поля обмоток сложной конфигурации основан на замене витка с током прямолинейными отрезками [2.14]. Например, сечение катушки (рис. 2.2) разбиваем на P элементов площадью ΔS_p, каждый из которых заменяется тонким витком, проходящим через центр

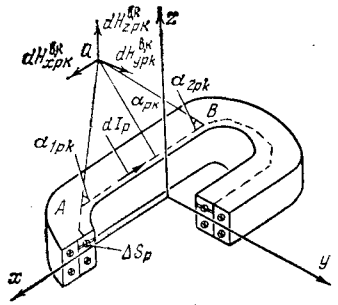


Рис. 2.2. Схема разбиения катушки на элементарные витки

элемента. По витку p протекает ток $\Delta \dot{I}_p = \dot{J}_p \Delta S_p$ ($\dot{J}_p$ — плотность тока). Теперь отдельный виток заменим K прямолинейными отрезками. На основании (2.11) вычислим напряженность магнитного поля в произвольной точке Q от отрезка k витка p:

$$\Delta \dot{H}^{\text{в,к}}_{pk}(Q) = -\dot{I}_p(\cos\alpha_{1pk} + \cos\alpha_{2pk})/4\pi a_{pk}, \qquad (2.12)$$

где a_{pk} — расстояние по нормали от точки Q до отрезка k витка p; α_{1pk}, α_{2pk} — внутренние углы, образованные отрезком k витка p и двумя векторами, проведенными из концов этого отрезка в точку Q.

Суммируя эти составляющие по всем K элементам для всех P эквидистантно проходящих ломаных линий, получаем

$$\dot{H}^{\text{в,к}}_i(Q) = \sum_{p=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \Delta \dot{H}^{\text{в,к}}_{ipk}(Q),$$

где $i = x, y, z$ — индексы соответствующих проекций трехмерного вектора.

При расчете распределения поля в толще катушки точки Q надо задавать в узлах сетки разбиения, чтобы избежать математической особенности в случае $a_{pk} = 0$. Значения напряженности магнитного поля в промежуточных точках определяются путем интерполяции.

2.3. Расчет магнитного поля с учетом нелинейности ферромагнитного экрана

Для расчета потенциальной составляющей напряженности магнитного поля $\dot{H}^{\text{п}}$ в качестве вторичных источников внутри ферромагнитного экрана вводятся объемные магнитные заряды, а на поверхности ферромагнитного экрана вводится простой слой поверхностных магнитных зарядов.

Рассмотрим вывод системы интегральных уравнений для определения плотностей поверхностных и объемных магнитных зарядов [2.2]. С этой целью запишем уравнение

$$\operatorname{div} \dot{B} = \operatorname{div} \mu_0 \mu_{r\text{э}} \dot{H} = \mu_0(\mu_{r\text{э}} \operatorname{div} \dot{H} + \dot{H} \operatorname{grad} \mu_{r\text{э}}) = 0,$$

из которого получим

$$\operatorname{div} \dot{H} = -(\dot{H} \operatorname{grad} \mu_{r\text{э}})/\mu_{r\text{э}}, \qquad (2.13)$$

где $\mu_{r\text{э}}$ — относительная магнитная проницаемость ферромагнитного экрана.

Плотность объемных магнитных зарядов в точке Q

$$\dot{\rho}_{\text{м}}(Q) = -[\mu_0 \dot{H}(Q) \operatorname{grad} \mu_{r\text{э}}]/\mu_{r\text{э}}. \qquad (2.14)$$

Плотность поверхностных магнитных зарядов

$$\dot{\sigma}_{\text{м}} = \lim_{h \to 0} \dot{\rho}_{\text{м}} h, \qquad (2.15)$$

где h — толщина слоя, в котором распределен магнитный заряд с объемной плотностью $\dot{\rho}_{\text{м}}$.

Среднее значение градиента $\mu_{r\text{э}}$ в слое толщиной h

$$(\operatorname{grad} \mu_{r\text{э}})_{\text{ср}} = (\mu_{r\text{э}} - 1) n^0/h, \qquad (2.16)$$

где n^0 — единичный вектор нормали к поверхности ферромагнетика.

Среднее значение относительной магнитной проницаемости в этом слое

$$\mu^{\text{ср}}_{r\text{э}} = (1 + \mu_{r\text{э}})\ 2. \qquad (2.17)$$

Подставив (2.16) и (2.17) в (2.15), получим:

$$\dot{\sigma}_{\text{м}}(Q) = 2\mu_0 \lambda \dot{H}(Q) n^0, \qquad (2.18)$$

где $\lambda = (\mu_{r\text{э}} - 1)/(\mu_{r\text{э}} + 1)$.

Вектор напряженности магнитного поля выразим посредством плотностей поверхностных и объемных магнитных зарядов:

$$\dot{H}(Q) = \dot{H}^{\text{п}}(Q) + \dot{H}^{\text{в,к}}(Q) + \dot{H}^{\text{в,э}}(Q) =$$
$$= -\frac{1}{4\pi\mu_0}\left[\int_{V_\text{э}} \dot{\rho}_{\text{м}}(N) \frac{\boldsymbol{r}_{QN}}{r^3_{QN}}\, dV_N + \oint_{S_\text{э}} \dot{\sigma}_{\text{м}}(N) \frac{\boldsymbol{r}_{QN}}{r^3_{QN}}\, dS_N\right] +$$
$$+ \dot{H}^{\text{в,к}}(Q) + \dot{H}^{\text{в,э}}(Q). \qquad (2.19)$$

Подставив (2.19) в (2.14) и (2.18), получим систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода для определения неизвестных плотностей поверхностных и объемных магнитных зарядов:

$$\dot{\sigma}_{\text{м}}(Q) + \frac{\lambda}{2\pi} \oint_{S_\text{э}} \dot{\sigma}_{\text{м}}(N) \frac{\boldsymbol{r}_{QN} \boldsymbol{n}^0_Q}{r^3_{QN}}\, dS_N +$$
$$+ \frac{\lambda}{2\pi} \int_{V_\text{э}} \dot{\rho}_{\text{м}}(N) \frac{\boldsymbol{r}_{QN} \boldsymbol{n}^0_Q}{r^3_{QN}}\, dV_N = 2\mu_0 \lambda (\dot{H}^{\text{в,к}}_n + \dot{H}^{\text{в,э}}_n); \qquad (2.20)$$

$$\dot{\rho}_{\text{м}}(Q) - \frac{1}{4\pi\mu_{r\text{э}}} \int_{V_\text{э}} \dot{\rho}_{\text{м}}(N) \frac{\boldsymbol{r}_{QN} \operatorname{grad} \mu_{r\text{э}}}{r^3_{QN}}\, dV_N +$$

$$+\frac{1}{4\pi\mu_{r\text{э}}}\oint\limits_{S_\text{э}}\dot{\sigma}_\text{м}(N)\frac{\mathbf{r}_{QN}\,\mathrm{grad}\,\mu_{r\text{э}}}{r^3_{QN}}\,dS_N=-\frac{1}{\mu_{r\text{э}}}(\dot{\mathbf{H}}^{\text{в,к}}+\dot{\mathbf{H}}^{\text{в,э}})\,\mathrm{grad}\,\mu_{r\text{э}},\tag{2.21}$$

где $\dot{H}_n^{\text{в,к}}$, $\dot{H}_n^{\text{в,э}}$ — нормальные проекции вихревых составляющих напряженности магнитного поля.

Относительная магнитная проницаемость экрана $\mu_{r\text{э}}$ зависит от напряженности магнитного поля и определяется свойствами материала, что делает систему интегральных уравнений (2.20) и (2.21) нелинейной.

В результате совместного решения уравнений (2.20) и (2.21) на основе найденного распределения плотностей поверхностных и объемных магнитных зарядов по (2.19) определяется потенциальная составляющая напряженности магнитного поля $\dot{\mathbf{H}}^{\text{п}}(Q)$.

Метод последовательных приближений позволяет свести решение системы нелинейных интегральных уравнений (2.20), (2.21) к последовательному решению линейных интегральных уравнений по следующему алгоритму.

1. Рассчитывают предварительное распределение $\mu_{r\text{э}}$. С этой целью находят результирующую напряженность магнитного поля на внутренней поверхности ферромагнитного экрана

$$\dot{H}_n=2(\dot{H}_n^{\text{в,к}}+\dot{H}_n^{\text{в,э}}).\tag{2.22}$$

Расчет по (2.22) дает значение $\dot{H}_n$, завышенное примерно на 20—30%. Интегрируя $\dot{H}_n$ по внутренней поверхности, определяют магнитный поток $\dot{\Phi}$, входящий в экран. Зная $\dot{\Phi}$ и принимая допущение, что магнитная индукция постоянна по толщине экрана, определяют распределение магнитной индукции в ферромагнитном экране. Затем рассчитывают $\mu_{r\text{э}}^0$.

2. Рассчитывают плотность поверхностных магнитных зарядов $\dot{\sigma}_\text{м}^i$, решив интегральное уравнение (2.20). [При первом решении интегрального уравнения (2.20) плотность объемных магнитных зарядов $\dot{\rho}_\text{м}^0$ принимается равной нулю.]

3. Определяют плотность объемных магнитных зарядов $\dot{\rho}_\text{м}^i$, решив интегральное уравнение (2.21).

4. Находят результирующую напряженность магнитного поля $\dot{H}$ внутри ферромагнитного экрана, а по ней уточняют распределение $\mu_{r\text{э}}^1$.

5. Рассчитывают относительные погрешности вычисления плотностей поверхностных ε_σ и объемных ε_ρ магнитных зарядов:

$$\varepsilon_\sigma=\|\dot{\sigma}_\text{м}^i-\dot{\sigma}_\text{м}^{i-1}\|/\|\dot{\sigma}_\text{м}^i\|;\tag{2.23}$$

$$\varepsilon_\rho=\|\dot{\rho}_\text{м}^i-\dot{\rho}_\text{м}^{i-1}\|/\|\dot{\rho}_\text{м}^i\|,\tag{2.24}$$

где выражение типа $\|X\|=\max|X_j|$ обозначает норму вектора X.

Если погрешности ε_σ и ε_ρ не превышают допустимых пределов, то расчет оканчивается, в противном случае необходим возврат к п.2.

Для численного решения линейных интегральных уравнений эффективен метод квадратурных формул [2.11], при использовании которого интеграл в уравнении (2.9) заменяется конечной суммой:

$$\int\limits_D K(x_i,\ x)\dot{Y}(x)dx=\sum_{j=1}^{n}a_jK(x_i,\ x_j)\dot{Y}(x_j)+R[K(x_i,\ x)\dot{Y}(x)].\tag{2.25}$$

Здесь a_j — коэффициенты, зависящие от выбора квадратурной формулы; $R[K(x_i,\ x)\dot{Y}(x)]$ — остаточный член.

Отбросив остаточный член квадратурной формулы и подставив выражение (2.25) в линейное интегральное уравнение (2.9), получают систему линейных алгебраических уравнений

$$\dot{Y}(x_i)+\lambda_\text{и}\sum_{j=1}^{n}a_jK(x_i,\ x_j)\dot{Y}(x_j)=f(x_i)\quad(i=1,\ 2,\ldots,\ n).\tag{2.26}$$

Решение (2.26) дает значения $\dot{Y}(x_i)$ ($i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$), по которым путем интерполяции находят приближенное решение интегрального уравнения в любых точках области.

При решении методом квадратурных формул интегрального уравнения (2.20) целесообразно поверхность ферромагнитного экрана разбить на три гладкие поверхности S_k, $k=1,\ 2,\ 3$ (рис. 2.3). Для решения интегрального уравнения (2.21) объем ферромагнитного экрана $V_\text{э}$ разбивают на L слоев так, чтобы поверхность, проведенная через центры элементов объема каждого слоя, была цилиндрической. В этом случае функции $\dot{\sigma}_\text{м}(x)$ на поверхности S_k и $\dot{\rho}_\text{м}(x)$ в каждом слое будут гладкими.

Ядра интегральных уравнений (2.20) и (2.21) не ограничены при совпадении точек Q и N, т. е. имеют математические особенности. Эти особенности слабые, так как ядра можно представить в виде

$$K(Q,\ N)=F(Q,\ N)/r_{QN}^m\quad(0\leqslant m\leqslant M_\text{п}),$$

где $F(Q,\ N)$ — ограниченная функция; $M_\text{п}$ — размерность пространства.

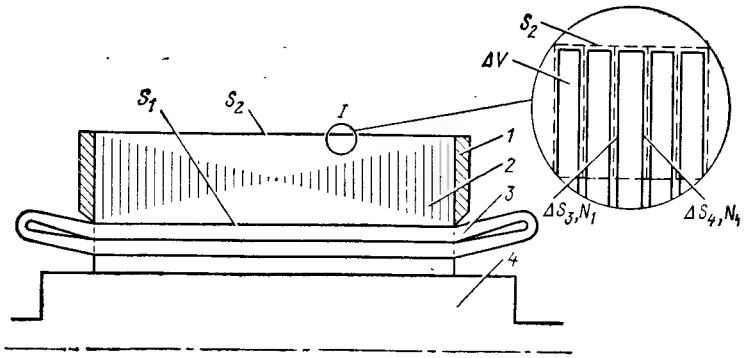


Рис. 2.3. Конструктивная схема ферромагнитного экрана с нажимными плитами:

1 — нажимная плита; *2* — ферромагнитный экран; *3* — обмотка якоря; *4* — ротор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения

Указанные особенности приводят к необходимости большого числа разбиений n при численном интегрировании по (2.25). В качестве иллюстрации рассмотрим некоторые итоги численного интегрирования по (2.25) ядра интегрального уравнения (2.20) в предположении, что плотность поверхностных магнитных зарядов на внутренней и наружной поверхностях ферромагнитного экрана равномерно распределена по длине машины и синусоидальна. Численное интегрирование проводилось по формуле Ньютона—Котеса восьмого порядка.

Допустим, что точка X_i находится на поверхности S_k ($k \neq 3$), по которой выполняется интегрирование. Как показали серии расчетов с различными размерами поверхности S_k, погрешность численного интегрирования в среднем около 1% достигается при числе разбиений $n \approx \approx 10^3 \div 10^4$. Например, в случае криогенного генератора мощностью 200 кВт (рис. 2.4) для численного интегрирования в точке X_1 с погрешностью до 1% потребовалось около 40 000 разбиений поверхности S_1.

При численном интегрировании по формуле (2.25) в точке $X_i \in S_k$ по поверхности S_j ($k \neq j$) для получения погрешности 1% требуется $n \approx 10^2 \div 10^3$ разбиений поверхности S_j. В этом случае число разбиений n зависит от расстояния между точкой X_i и поверхностью S_j. В том же генераторе мощностью 200 кВт при численном интегрировании с указанной погрешностью в точке X_2 потребовалось около 4000 разбиений поверхности S_1.

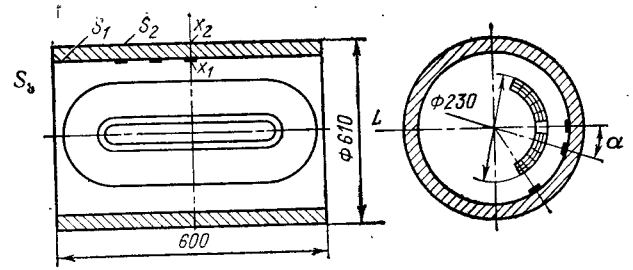


Рис. 2.4. Конструкция и размеры статической модели криотурбогенератора

Таким образом, если замена интеграла конечной суммой проводится по формуле (2.25), то из-за слабой особенности в ядрах интегральных уравнений (2.20) и (2.21) приходится решать систему линейных уравнений порядка 10^3—10^4. Чтобы уменьшить порядок системы линейных уравнений, численное интегрирование целесообразно проводить, разбивая область D на n элементов ΔD и считая плотность магнитных зарядов в ΔD постоянной. В этом случае интеграл заменяется конечной суммой по формуле [2.4]

$$\int_D K(x_i, x)\dot{Y}(x)\,dx = \sum_{j=1}^{n} \dot{Y}(x_j) \int_{\Delta D} K(x_i, x)\,dx + R[K(x_i, x)\dot{Y}(x)]. \tag{2.27}$$

При расчете по (2.27) точность замены интеграла конечной суммой зависит от точности интегрирования функции плотности магнитных зарядов, что в 10—100 раз уменьшает порядок систем линейных алгебраических уравнений. Интеграл по области ΔD вычисляют, используя адаптивную программу численного интегрирования. Коэффициенты системы линейных алгебраических уравнений, аппроксимирующей интегральное уравнение (2.10), имеют значения

$$a_{ij} = \begin{cases} A(x_i) + \lambda_и \int\limits_{\Delta D_i} K(x_i, x)\,dx; & i = j; \\ \lambda_и \int\limits_{\Delta D_j} K(x_i, x)\,dx; & i \neq j. \end{cases} \tag{2.28}$$

В интегральных уравнениях (2.20) и (2.21) $A(x) = 1$ и

$\int\limits_{\Delta D_i} K(x_i, x)\,dx = 0$, поэтому согласно (2.28)

$$a_{ij} = \begin{cases} 1; & i = j; \\ \lambda_{\text{н}} \int\limits_{\Delta D_j} K(x_i, x)\,dx; & i \neq j. \end{cases} \qquad (2.29)$$

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений разделяются на точные и итерационные. Точные методы дают решение системы линейных уравнений после конечного числа арифметических операций. Однако использование точных методов, например метода Гаусса, осложняется большим временем счета на ЭВМ, пропорциональным порядку системы в кубе [2.12]. Так, например, для решения одной системы линейных уравнений порядка 1000 на ЭВМ средней мощности требуется более 10 ч машинного времени.

Главное достоинство итерационных методов состоит в том, что для них время счета на ЭВМ пропорционально порядку системы в квадрате [2.12]. Среди итерационных методов решения систем линейных уравнений в последние годы получил широкое распространение метод блочных итераций (модификация метода Гаусса — Зейделя для случая клеточных матриц).

Рассмотрим решение методом блочных итераций системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{A} \cdot \dot{Y} = \dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}}. \qquad (2.30)$$

Идея метода состоит в следующем. Матрица коэффициентов системы разбивается на l^2 прямоугольных клеток $\mathbf{A}_{ij}$ $(i, j = 1, 2, \ldots, l)$. Размерность каждой клетки матрицы $\mathbf{A}_{ij}$ равна $m_i \times m_j$, причем

$$\sum_{i=1}^{l} m_i = n.$$

Соответственно векторы свободных членов вихревой составляющей напряженности поля $\dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}}$ и неизвестных $\dot{Y}$ разбиваются на l векторов $\dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}i}$ и $\dot{Y}_i$ размерности m_i.

Тогда система (2.30) сводится к системе l клеточных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{A}_{11}\dot{Y}_1 + \mathbf{A}_{12}\dot{Y}_2 + \ldots + \mathbf{A}_{1l}\dot{Y}_l = \dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}1}; \\ &\mathbf{A}_{21}\dot{Y}_1 + \mathbf{A}_{22}\dot{Y}_2 + \ldots + \mathbf{A}_{2l}\dot{Y}_l = \dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}2}; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\mathbf{A}_{l1}\dot{Y}_1 + \mathbf{A}_{l2}\dot{Y}_2 + \ldots + \mathbf{A}_{ll}\dot{Y}_l = \dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}l}. \end{aligned}\right\}$$

Общая формула вычисления k-го приближения вектора $\dot{Y}_i^k$ имеет вид

$$\dot{Y}_i^k = \mathbf{A}_{ii}^{-1}\left(\dot{H}^{\text{в}}_{\text{с}i} - \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_{ij}\dot{Y}_j^k - \sum_{j=i+1}^{l} \mathbf{A}_{ij}\dot{Y}_j^{k-1}\right) (i = 1, 2, \ldots, l). \qquad (2.31)$$

Для каждого приближения вектора $\dot{Y}_i^k$ точным методом вычисляется только обратная матрица $\mathbf{A}_{ii}^{-1}$. Перед началом счета по формуле (2.31) необходимо задаться начальными приближениями векторов $\dot{Y}_i^0$ $(i = 1, 2, \ldots, l)$.

Для оценки устойчивости интегральных уравнений (2.20) и (2.21) рассматривалась устойчивость аппроксимирующих их систем линейных алгебраических уравнений (2.30). С этой целью рассчитывалось число обусловленности матрицы $\mathbf{A}$ по формуле

$$c = \|\mathbf{A}\|\,\|\mathbf{A}^{-1}\|,$$

где $\|\mathbf{A}\| = \max\limits_i \Sigma\,|a_{ij}|$ — норма матрицы $\mathbf{A}$.

Относительная погрешность решения системы линейных алгебраических уравнений удовлетворяет неравенствам

$$\frac{\|\delta\dot{Y}\|}{\|\dot{Y}\|} \leqslant c\,\frac{\|\delta\dot{H}_{\text{с}}\|}{\|\dot{H}_{\text{с}}\|}, \qquad \frac{\|\delta\dot{Y}\|}{\|\dot{Y}\|} \leqslant c\,\frac{\|\delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}. \qquad (2.32)$$

Из неравенств (2.32) видно, что чем больше c, тем система линейных алгебраических уравнений менее устойчива. Значение c — гораздо более важный критерий устойчивости решения системы линейных алгебраических уравнений, чем малость определителя $\mathbf{A}$ или большой порядок системы.

Для различных КЭМ расчеты показали, что c находятся в диапазоне от 10 до 30 (например, в криогенном генераторе мощностью 200 кВт получилось $c = 15$).

Как показали результаты итерационного решения системы линейных алгебраических уравнений с $c = 10 \div 30$, небольшая погрешность, возникающая при вычислении вихревой составляющей напряженности магнитного поля $\|\delta\dot{H}_{\text{с}}\|$ и замене интеграла конечной суммой $\|\delta\mathbf{A}\|$, может привести к тому, что решение либо получается физически неверным, либо расходится.

Для повышения устойчивости приближенного решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода часто используется метод регуляризации А. Н. Тихонова [2.13], заключающийся в следующем. Если в правой части интегрального уравнения (2.9) имеется элемент $f_{\text{пр}}(x)$, уклоняющийся от точной правой части $f_{\text{т}}(x)$ не более чем на η, то приближенное решение $Y_{\text{пр}}(x)$ интегрального уравнения определяется с помощью регуляризующего оператора, зависящего от параметра. Значение параметра выбирается

согласованным с погрешностью η исходных данных $f_{пр}(x)$, чтобы $f_{пр}(x) \to f_т(x)$, $Y_{пр}(x) \to Y_т(x)$ при $\eta \to 0$.

Повышение устойчивости интегральных уравнений (2.20) и (2.21) методом регуляризации рассмотрено в [2.2], где в качестве дополнительных условий использовались равенства нулю сумм поверхностных и объемных магнитных зарядов соответственно на поверхности и в объеме ферромагнетика. Так как в КЭМ распределение вихревой составляющей напряженности магнитного поля является симметричной функцией, то при решении интегральных уравнений (2.20) и (2.21) указанные суммы плотностей всегда равны нулю. Однако это не позволяет полностью устранить неустойчивость от погрешности вычисления вихревой составляющей напряженности магнитного поля, так как остается неустойчивость вследствие погрешности от замены интеграла конечной суммой. Рассмотрим подробно причины неустойчивости интегральных уравнений (2.20) и (2.21) [2.14].

Если ферромагнитный экран намного длиннее обмотки возбуждения, то при $\mu_{rэ}=\infty$ магнитное поле полностью экранируется и, следовательно, распределения плотностей поверхностных магнитных зарядов на поверхностях S_i ($i=2, 3$) равны нулю (см. рис. 2.3). Примем эти распределения за начальное приближение векторов $\dot{Y}^0{}_i=0$ ($i=2, 3$).

Из (2.31) уже на первой итерации должны получиться точные значения векторов $\dot{Y}^1{}_1$ и $\dot{Y}^1{}_2=\dot{Y}^1{}_3=0$. В расчетном выражении вектора

$$\dot{Y}^1_i = \mathbf{A}^{-1}_{ii}(\dot{H}^{в}_{c\,i} - \mathbf{A}_{i1}\mathbf{A}^{-1}_{11}\dot{H}^{в}_{c1}) \quad (i=2,\ 3) \qquad (2.33)$$

заключенная в скобки часть должна равняться нулю, но из-за погрешности вычислений равенство не наблюдается.

Это приводит к неустойчивости решения системы (2.30). Анализ (2.33) показывает обе причины неустойчивости: неточность вычисления вихревой составляющей напряженности магнитного поля $\dot{H}^{в}{}_c$; неточность замены интеграла конечной суммой и приближенное вычисление обратной матрицы.

Чтобы сделать систему линейных алгебраических уравнений сходящейся для любого $\mu_{rэ}$, заменим вектор $\dot{H}^{в}{}_{ci}$ ($i=2, 3$) на близкий к нему вектор:

$$\dot{H}'^{в}_{ci} = \mathbf{A}_{i1}\mathbf{A}^{-1}_{11}\dot{H}^{в}_{c1} \quad (i=2,\ 3), \qquad (2.34)$$

рассчитанный при $\mu_{rэ}=\infty$.

Такая замена дает возможность получить $\dot{Y}^1{}_2=\dot{Y}^1{}_3=0$

при $\mu_{rэ}=\infty$, что позволяет полностью устранить неустойчивость, возникающую от указанных причин.

Приближенное решение интегрального уравнения $\dot{H}^{в}_{c,пр}$ (2.30) с измененной правой частью на поверхностях S_i ($i=2, 3$) по формуле (2.34) стремится к искомому точному решению $\dot{H}^{в}{}_{c,т}$, потому что с уменьшением погрешности η вычисления вектор $\dot{H}^{в}_{c,пр} \to \dot{H}^{в}_{c,т}$. С ростом порядка системы линейных уравнений n векторы $\dot{H}'^{в}_{ci} \to \dot{H}^{в}_{c,т}$ ($i=2, 3$).

Для недостаточно длинного ферромагнитного экрана, частично экранирующего магнитное поле, сначала определяем плотности магнитных зарядов на поверхности S'_1, предполагая полное экранирование. Затем по (2.34) рассчитываем $\dot{H}'^{в}_{ci}$ на поверхности S_i ($i=2, 3$) реального экрана.

Для повышения устойчивости интегрального уравнения (2.21) внутри ферромагнитного экрана заменяем вектор $\dot{H}^{в}{}_c$ на вектор $\dot{H}'^{в}{}_c$, рассчитанный также по (2.34) при $\mu_{rэ}=\infty$.

Рассмотрим итоги расчета трехмерного магнитного поля в КЭМ с нелинейным изотропным ферромагнитным экраном на примере статической модели криогенного генератора [2.14]. В этой модели сверхпроводниковая система возбуждения имеет две седлообразные катушки по 2500 витков. Криостат снаружи охвачен сплошным ферромагнитным экраном из материала Ст. 10 (рис. 2.4).

Магнитное поле измерялось на внутренней поверхности ферромагнитного экрана, а также на среднем диаметре обмотки возбуждения в ее центре и на внутренних витках в зоне лобовых частей обмотки. Расположение датчиков на внутренней поверхности экрана показано на рис. 2.4.

Расчет магнитного поля и его измерение на модели криогенного генератора проводились при двух токах возбуждения $I_в$. При $I_в=25$ А ферромагнитный экран был не насыщен, а при $I_в=70$ А—сильно насыщен, что позволило проверить разработанный метод расчета магнитного поля в КЭМ при разных состояниях ферромагнитного экрана. Степень насыщения ферромагнитного экрана оценивалась по отношению радиальной составляющей магнитной индукции, измеренной на внутренней поверхности ферромагнитного экрана, к радиальной составляющей магнитной индукции, измеренной в тех же точках, но без экрана.

Расчет магнитного поля в статической модели криоген-

ного генератора начинался с разбиения поверхности и объема ферромагнитного экрана. Число разбиений выбиралось таким, чтобы погрешность от замены интеграла конечной суммой по (2.27) не превышала 1%.

Магнитная система КЭМ имеет три плоскости симметрии, что позволяет уменьшить количество разбиений в 8 p раз. В статической модели криогенного генератора число пар полюсов $p=1$, разбиению подлежала 1/8 часть экрана, причем 1/8 поверхностей S_1 и S_2 разбивалась на 50 элементов, поверхности S_3—на 10 элементов, а 1/8 объема на два слоя по 50 элементов в каждом.

Вихревая составляющая напряженности магнитного поля $\dot{H}^{в,к}$ определялась в центральных точках элементов разбиения на поверхности и внутри ферромагнитного экрана. Для расчета $\dot{H}^{в,к}$ в области ферромагнитного экрана с погрешностью не более 0,5% обмотка возбуждения разделялась на четыре эквидистантных витка, а каждая криволинейная часть витка представлялась четырьмя прямолинейными отрезками. Высокая точность расчетов магнитного поля при замене обмотки возбуждения малым числом витков возможна только для достаточно удаленных точек. При расчете магнитного поля в точках, расположенных ближе к обмотке, число таких витков необходимо увеличить. Например, при определении $\dot{H}^{в,к}$ на поверхности и внутри обмотки возбуждения она разбивалась на 100 эквидистантных витков, а каждая криволинейная часть витка заменялась 12 прямолинейными отрезками.

Для повышения устойчивости численного решения интегральных уравнений (2.20) и (2.21) проводилась корректировка вихревой составляющей напряженности магнитного поля на поверхностях S_2 и S_3 и внутри ферромагнитного экрана по формуле (2.34). Отметим, что для расчета $\dot{H}$ по (2.34) при замене интеграла конечной суммой по (2.27) точным методом обращалась матрица $\mathbf{A}_{11}$ 50-го порядка. Чтобы заменить $\dot{H}^{в}_{c\,i}$ на $\dot{H}'^{в}_{ci}$ с погрешностью 1% в случае численного интегрирования по (2.25), пришлось бы точным методом обращать матрицу $\mathbf{A}_{11}$ 500-го порядка. Корректировка $\dot{H}^{в}_{c\,i}$ внутри ферромагнитного экрана проводилась на цилиндрических поверхностях, удаленных от поверхности S_1 на расстояния 15, 10 и 5 мм. Для замены $\dot{H}^{в}_{c\,i}$ на $\dot{H}'^{в}_{ci}$ с погрешностью 1% в случае численного интегрирования по (2.25) потребовалось бы увеличить порядок матрицы $\mathbf{A}_{11}$ соответственно в 10, 20 и 70 раз.

Таким образом, использование способа повышения устойчивости по (2.34) и замены интеграла конечной суммой по (2.27) позволяет при решении одного интегрального уравнения (2.20) обращать точным методом матрицы $\mathbf{A}_{ii}$ ($i=1$, 2) только 50-го порядка, а без применения (2.27), (2.34)—не меньше 500-го порядка. При решении системы интегральных уравнений (2.20) и (2.21) пришлось бы точным методом обращать матрицы $\mathbf{A}_{ii}$ не меньше 3500-го порядка.

Затем по вышеописанным методам последовательных приближений решалась система интегральных уравнений (2.20) и (2.21). Относительная погрешность вычисления плотностей поверхностных ε_σ и объемных ε_ρ магнитных зарядов задавалась равной 5%.

Результаты расчета и измерений магнитной индукции в холодной зоне статической модели криогенного генератора приведены ниже.

Расположение точек	Расчет	Эксперимент
Центр	1,8	1,74
Лобовые части	2,45	2,33

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений магнитной индукции на внутренней поверхности ферромагнитного экрана статической модели КЭМ (рис. 2.4) при слабом насыщении ($I_в=25$ А) дано на рис. 2.5,*а*, а при сильном насыщении ($I_в=70$ А)— на рис. 2.5,*б*. На рис. 2.5

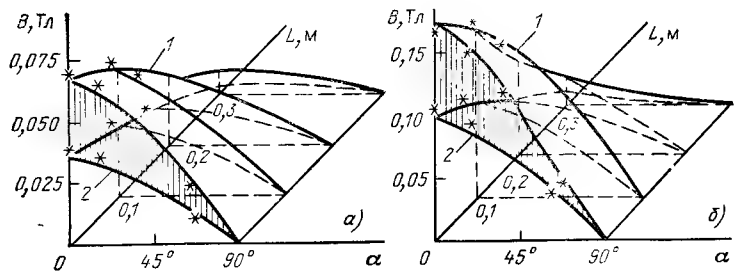


Рис. 2.5. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции: *а* — $I_в=25$ А; *б* — $I_в=70$ А; *1* — на внутренней поверхности ферромагнитного экрана; *2* — там же при удалении экрана (* — эксперимент)

приведены также результаты расчета магнитной индукции в тех же точках при удалении ферромагнитного экрана.

Сравнение результатов расчетов магнитной индукции с опытными данными показывает, что их различие в среднем составляет около 7%.

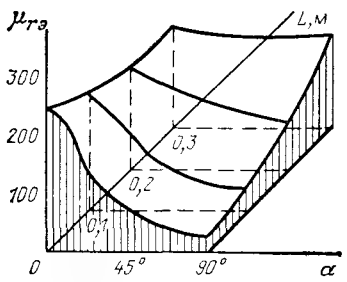


Рис. 2.6. Распределение относительной магнитной проницаемости внутри ферромагнитного экрана при $I_в=70$ А

Расчетное распределение относительной магнитной проницаемости внутри ферромагнитного экрана при $I_в=70$ А показано на рис. 2.6, из которого видно, что в экране наибольшее насыщение имеет место на нейтрали между полюсами, а по длине машины — в центральном поперечном сечении экрана.

2.4. Расчет магнитного поля с учетом шихтовки ферромагнитного экрана

Рассмотрим расчет потенциальной составляющей напряженности магнитного поля $\dot{H}^п$ в КЭМ с шихтованным ферромагнитным экраном методом интегральных уравнений.

Шихтованный ферромагнитный экран приводится к анизотропному экрану с взаимно перпендикулярными осями анизотропии [2.2]. Относительная магнитная проницаемость пакета вдоль листов (в направлении осей X и Z) принимается равной относительной магнитной проницаемости стали $\mu_{rx}=\mu_{rz}=\mu_{rэ}$. Относительная магнитная проницаемость поперек листов (в направлении оси Y)

$$\mu_{ry}=\mu_{rэ}/[1+(\mu_{rэ}\Delta_и/\Delta_л)] \qquad (2.35)$$

зависит от соотношения толщин листа пакета $\Delta_л$ и изоляционного промежутка $\Delta_и$ между листами.

Используются различные уравнения для скалярного потенциала $\dot{\varphi}_п$ в области $V_п$, заполненной однородной изотропной средой с магнитной постоянной μ_0, и $\dot{\varphi}_э$ в области $V_э$, заполненной анизотропной средой:

$$\frac{\partial^2\dot{\varphi}_п}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\dot{\varphi}_п}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\dot{\varphi}_п}{\partial z^2}=0 \quad \text{в области } V_п,$$

$$\mu_{rx}\frac{\partial^2\dot{\varphi}_э}{\partial x^2}+\mu_{ry}\frac{\partial^2\dot{\varphi}_э}{\partial y^2}+\mu_{rz}\frac{\partial^2\dot{\varphi}_э}{\partial z^2}=0 \quad \text{в области } V_э.$$

В качестве вторичных источников для расчета магнитного поля в изотропной среде выбирается двойной слой

магнитных зарядов с поверхностной плотностью $\dot{\tau}_м$, а для расчета магнитного поля в анизотропной среде—простой слой магнитных зарядов с поверхностной плотностью $\dot{\sigma}_м$. Скалярные потенциалы определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned}\dot{\varphi}_э(Q)&=\frac{1}{4\pi\sqrt{\mu_{rx}\mu_{ry}\mu_{rz}}}\oint\limits_{S_э}\frac{\dot{\sigma}_м(N)}{R_{QN}}dS_N,\\ \dot{\varphi}_п(Q)&=-\frac{1}{4\pi}\int\limits_{S_э}\dot{\tau}_м(N)\frac{\mathbf{n}_N^0\mathbf{r}_{QN}}{r_{QN}^3}dS_N,\end{aligned}\right\} \qquad (2.36)$$

где $R_{QN}=\sqrt{\frac{(x_N-x_Q)}{\mu_{rx}}+\frac{(y_N-y_Q)^2}{\mu_{ry}}+\frac{(z_N-z_Q)^2}{\mu_{rz}}}$.

Расчет скалярного потенциала $\dot{\varphi}_э$ по (2.36) справедлив только для ферромагнетика с выпуклой поверхностью, у которого отрезок, соединяющий точки Q и N, целиком лежит в анизотропной среде. Однако на поверхности ферромагнитного экрана в КЭМ всегда имеются такие точки Q и N, что соединяющий их отрезок частично будет переходить через изотропную среду магнитной постоянной μ_0.

Для расчета магнитного поля методом интегральных уравнений с учетом шихтовки ферромагнитного экрана с произвольной формой поверхности предлагается следующий подход [2.15]. Рассмотрим только один j-й лист ферромагнитного экрана и запишем систему интегральных уравнений (2.20) и (2.21) для плотностей поверхностных $\dot{\sigma}^j_м$ и объемных $\dot{\rho}^j_м$ магнитных зарядов этого листа (см. рис. 2.3):

$$\dot{\sigma}^j_м(Q)+\frac{\lambda}{2\pi}\oint\limits_{S^j_л}\dot{\sigma}^j_м(N)\frac{\mathbf{r}_{QN}\mathbf{n}_Q^0}{r_{QN}^3}dS_N+\frac{\lambda}{2\pi}\int\limits_{V^j_л}\dot{\rho}^j_м(N)\frac{\mathbf{r}_{QN}\mathbf{n}_Q^0}{r_{QN}^3}dV_N=$$

$$=\frac{\lambda\dot{H}^j_n}{2\pi}; \qquad (2.37)$$

$$\dot{\rho}^j_м(Q)-\frac{1}{4\pi\mu_{rэ}}\int\limits_{V^j_л}\dot{\rho}^j_м(N)\frac{\operatorname{grad}\mu_{rэ}\mathbf{r}_{QN}}{r_{QN}^3}dV_N-$$

$$-\frac{1}{4\pi\mu_{rэ}}\oint\limits_{S^j_л}\dot{\sigma}^j_м(N)\frac{\operatorname{grad}\mu_{rэ}\mathbf{r}_{QN}}{r_{QN}^3}dS_N=-\frac{\dot{H}^j\operatorname{grad}\mu_{rэ}}{4\pi\mu_{rэ}}, \qquad (2.38)$$

где $S^j_л$, $V^j_л$—соответственно поверхность и объем j-го листа; H^j—напряженность магнитного поля, созданная токами в катушках, вихревыми токами и намагниченностью всех других листов ферромагнитного экрана.

Разобъем (2.37) на два интегральных уравнения: для плотностей магнитных зарядов $\dot{\sigma}^j_{1м}$ на поверхностях $S^j_{1л}$ и $S^j_{2л}$ и для плотностей магнитных зарядов $\dot{\sigma}^j_{2м}$ на поверхностях $S^j_{3л}$ и $S^j_{4л}$. Так как напряженности магнитного поля и относительные магнитные проницаемости на боковых поверхностях листов практически равны, то и плотности магнитных зарядов на поверхностях $S^j_{3л}$ и $S^j_{4л}$ равны между собой и противоположны по знаку (2.18).

Таким образом, во втором интегральном уравнении можно сгруппировать интегралы на поверхностях $S^j_{3л}$ и $S^j_{4л}$ в один. Система интегральных уравнений для плотностей магнитных зарядов $\dot{\sigma}^j_{1м}$, $\dot{\sigma}^j_{2м}$ и $\dot{\rho}^j_м$ принимает вид

$$\dot{\sigma}^j_{1м} + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{S^j_{1л}+S^j_{2л}} \dot{\sigma}^j_{1м}(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dS_N + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{S^j_{3л}} \dot{\sigma}^j_{2м}(N) \left(\frac{r_{QN3} n^0_Q}{r^3_{QN3}} - \frac{r_{QN4} n^0_Q}{r^3_{QN4}} \right) dS_N + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{V^j_л} \dot{\rho}^j_м(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dV_N = \frac{\lambda \dot{H}^j_n}{2\pi}; \quad (2.39)$$

$$\dot{\sigma}^j_{2м}(Q) + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{S^j_{3л}} \dot{\sigma}^j_{2м}(N) \left(\frac{r^3_{QN3} n^0_Q}{r^3_{QN3}} - \frac{r_{QN4} n^0_Q}{r^3_{QN4}} \right) dS_N + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{S^j_{1л}+S^j_{2л}} \dot{\sigma}^j_{1м}(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dS_N + \frac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{V^j_л} \dot{\rho}^j_м(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dV_N = \frac{\lambda \dot{H}^j_n}{2\pi}; \quad (2.40)$$

$$\dot{\rho}^j_м(Q) - \frac{1}{4\pi\mu_{rэ}} \int\limits_{V^j_л} \dot{\rho}^j_м(N) \frac{\operatorname{grad} \mu_{rэ} r_{QN}}{r^3_{QN}} dV_N -$$

$$- \frac{1}{4\pi\mu_{rэ}} \int\limits_{S^j_{1л}+S^j_{2л}} \dot{\sigma}^j_{1м}(N) \frac{\operatorname{grad} \mu_{rэ} r_{QN}}{r^3_{QN}} dS_N - \frac{1}{4\pi\mu_{rэ}} \int\limits_{S^j_{3л}} \dot{\sigma}^j_{2м}(N) \left(\frac{\operatorname{grad} \mu_{rэ} r_{QN3}}{r^3_{QN3}} - \frac{\operatorname{grad} \mu_{rэ} r_{QN4}}{r^3_{QN4}} \right) dS_N = - \frac{\dot{H}^j \operatorname{grad} \mu_{rэ}}{4\pi\mu_{rэ}}, \quad (2.41)$$

где r_{QN3}, r_{QN4}—расстояния от точки Q до противолежащих элементов поверхностей $S^j_{3л}$ и $S^j_{4л}$.

Составим систему интегральных уравнений, описывающую плотности магнитных зарядов всего ферромагнитного экрана. Для этого проведем суммирование по всем $N_л$ листам. Чтобы получить интегральные уравнения расчета плотностей поверхностных $\dot{\sigma}_{1м}$, $\dot{\sigma}_{2м}$ и объемных $\dot{\rho}_м$ магнитных зарядов, требуется проинтегрировать их соответственно по внутренней S_1 и наружной S_2 поверхности экрана, объему $V_э$ и боковым поверхностям листов $S^j_{3л}$ ($j=1, 2, ..., N_л$). Наличие воздушных промежутков между листами приводит к разрыву функции плотностей поверхностных $\dot{\sigma}_{1м}$ и объемных $\dot{\rho}_м$ магнитных зарядов, что при интегрировании по поверхностям S_1, S_2 и объему $V_э$ учитывается умножением на коэффициент заполнения сталью $K_{ст}$ дифференциалов площади и объема:

$$\dot{\sigma}_{1м}(Q) + \frac{\lambda K_{ст}}{2\pi} \int\limits_{S_1+S_2} \dot{\sigma}_{1м}(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dS_N + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_л} \int\limits_{S^j_{3л}} \dot{\sigma}^j_{2м}(N) \left(\frac{r_{QN3} n^0_Q}{r^3_{QN3}} - \frac{r_{QN4} n^0_Q}{r^3_{QN4}} \right) dS_N + \frac{\lambda K_{ст}}{2\pi} \int\limits_{V_э} \dot{\rho}_м(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dV_N = \frac{\lambda (\dot{H}^{в,к}_n + \dot{H}^{в,э}_n)}{2\pi}; \quad (2.42)$$

$$\dot{\sigma}_{2м}(Q) + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_л} \int\limits_{S^j_{3л}} \dot{\sigma}^j_{2м}(N) \left(\frac{r_{QN3} n^0_Q}{r^3_{QN3}} - \frac{r_{QN4} n^0_Q}{r^3_{QN4}} \right) dS_N + \frac{\lambda K_{ст}}{2\pi} \int\limits_{S_1+S_2} \dot{\sigma}_{1м}(N) \frac{r_{QN} n^0_Q}{r^3_{QN}} dS_N +$$

$$+\frac{\lambda K_{\text{ст}}}{2\pi}\int\limits_{V_э}\dot{\rho}_{\text{м}}(N)\,\frac{r_{QN}n_Q^0}{r_{QN}^3}\,dV_N=\frac{\lambda(\dot{H}_n^{\text{в,к}}+\dot{H}_n^{\text{в,э}})}{2\pi};\qquad(2.43)$$

$$\dot{\rho}_{\text{м}}(Q)-\frac{K_{\text{ст}}}{4\pi\mu_{r\text{э}}}\int\limits_{V_э}\dot{\rho}_{\text{м}}(N)\,\frac{\operatorname{grad}\mu_{r\text{э}}r_{QN}}{r_{QN}^3}\,dV_N-$$

$$-\frac{K_{\text{ст}}}{4\pi\mu_{r\text{э}}}\int\limits_{S_1+S_2}\dot{\sigma}_{1\text{м}}(N)\,\frac{\operatorname{grad}\mu_{r\text{э}}r_{QN}}{r_{QN}^3}\,dS_N-$$

$$-\frac{1}{4\pi\mu_{r\text{э}}}\sum_{j=1}^{N_л}\int\limits_{S_{3л}^j}\dot{\sigma}_{2\text{м}}^j(N)\left(\frac{\operatorname{grad}\mu_{r\text{э}}r_{QN3}}{r_{QN3}^3}-\frac{\operatorname{grad}\mu_{r\text{э}}r_{QN4}}{r_{QN4}^3}\right)dS_N=$$

$$=-\frac{(\dot{H}^{\text{в,к}}+\dot{H}^{\text{в,э}})\operatorname{grad}\mu_{r\text{э}}}{4\pi\mu_{r\text{э}}}.\qquad(2.44)$$

Численное решение интегральных уравнений (2.42) и (2.44) проводится по алгоритмам, изложенным в § 2.3.

Рассмотрим особенности решения интегрального уравнения (2.43). Так как численное интегрирование по поверхности $S^j_{3л}$ всех $N_л$ листов ферромагнитного экрана требует гораздо большего числа разбиений, чем допускают расчеты на современных ЭВМ, разобьем объем ферромагнитного экрана на $M_л$ эквивалентных листов. Толщина эквивалентного листа и толщина эквивалентного изоляционного промежутка между листами составляют

$$\Delta_л^{\text{эк}}=l_э K_{\text{ст}}/M_л;\quad \Delta_и^{\text{эк}}=(1-K_{\text{ст}})l_э/M_л,$$

где $l_э$ — длина ферромагнитного экрана.

Каждый из $M_л$ листов ферромагнитного экрана разобьем на $K_л$ элементов объема $\Delta V_э$ с площадью боковой поверхности ΔS_3. Приняв постоянной плотность поверхностных магнитных зарядов $\sigma_{2\text{м}}$ на поверхности ΔS_3, соответствующий интеграл в (2.43) представим в виде конечной суммы

$$\frac{\lambda}{2\pi}\sum_{j=1}^{N_л}\int\limits_{S_3^j}\dot{\sigma}_{2\text{м}}^j(N)\left(\frac{r_{QN3}n_Q^0}{r_{QN3}^3}-\frac{r_{QN4}n_Q^0}{r_{QN4}^3}\right)dS_N=$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi}\sum_{m=1}^{M_л K_л}\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_m)\left(\frac{r_{QN3m}n_Q^0}{r_{QN3m}^3}-\frac{r_{QN4m}n_Q^0}{r_{QN4m}^3}\right)\Delta S_3,\qquad(2.45)$$

где N_m — точка в центре боковой поверхности ΔS_3.

Проанализируем случай, когда при численном интегрировании по (2.45) точка Q совпадает с точкой N_n (см. рис. 2.3). Напряженность

магнитного поля в точке N_n от магнитных зарядов поверхности ΔS_3 равна нулю, так как $r_{N_nN_m}n^0_{N_n}=0$. Можно считать, что магнитное поле между поверхностями ΔS_3 и ΔS_4 одного листа аналогично электрическому полю плоского конденсатора. Тогда в точке N_n напряженность магнитного поля, создаваемая магнитными зарядами поверхности ΔS_4, равна

$$\dot{H}^{\text{п}}_{N_n}=-\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_n)/2\mu_0.\qquad(2.46)$$

Используя (2.46), преобразуем квадратурную формулу (2.45) к виду

$$\frac{\lambda}{2\pi}\sum_{m=1}^{M_л K_л}\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_n)\left(\frac{r_{N_nN_{3m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{3m}}}-\frac{r_{N_nN_{4m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{4m}}}\right)\Delta S_3=$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi}\sum_{m=1}^{n-1}\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_m)\left(\frac{r_{N_nN_{3m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{3m}}}-\frac{r_{N_nN_{4m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{4m}}}\right)\Delta S_3-\frac{\lambda\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_n)}{4\pi}+$$

$$+\frac{\lambda}{2\pi}\sum_{m=n+1}^{M_л K_л}\dot{\sigma}_{2\text{м}}(N_m)\left(\frac{r_{N_nN_{3m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{3m}}}-\frac{r_{N_nN_{4m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{4m}}}\right)\Delta S_3.\qquad(2.47)$$

С учетом (2.47) коэффициенты системы линейных уравнений, аппроксимирующей интегральное уравнение (2.43), имеют вид

$$a_{nm}=\begin{cases}1-\dfrac{\lambda}{4\pi};\quad n=m;\\[2ex] \dfrac{\lambda}{2\pi}\left(\dfrac{r_{N_nN_{3m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{3m}}}-\dfrac{r_{N_nN_{4m}}n^0_{N_n}}{r^3_{N_nN_{4m}}}\right)\Delta S_3;\quad n\neq m.\end{cases}$$

Решив систему интегральных уравнений (2.42)—(2.44) и найдя распределение плотностей поверхностных $\dot{\sigma}_{1\text{м}}$ и $\dot{\sigma}_{2\text{м}}$ и объемных $\dot{\rho}_{\text{м}}$ магнитных зарядов, рассчитаем потенциальную составляющую напряженности магнитного поля:

$$\dot{H}^{\text{п}}(Q)=-\frac{1}{4\pi\mu_0}\int\limits_{S_1+S_2}\dot{\sigma}_{1\text{м}}(N)\,\frac{r_{QN}}{r_{QN}^3}\,dS_N-$$

$$-\frac{1}{4\pi\mu_0}\sum_{j=1}^{N_л}\int\limits_{S_{3л}^j}\dot{\sigma}_{2\text{м}}^j(N)\left(\frac{r_{QN_3}}{r^3_{QN_3}}-\frac{r_{QN_4}}{r^3_{QN_4}}\right)dS_N-$$

$$-\frac{1}{4\pi\mu_0}\int\limits_{V_э}\dot{\rho}_м(N)\frac{r_{QN}}{r_{QN}^3}dV_N. \qquad (2.48)$$

Результаты совместного решения (2.42)—(2.44) показывают, что практически при расчете магнитного поля в КЭМ можно пренебречь поверхностными магнитными зарядами $\dot{\sigma}_{2м}$.

Подход, основанный на приведении шихтованного ферромагнитного экрана к фиктивному анизотропному экрану с взаимно перпендикулярными осями анизотропии, не позволяет точно рассчитать магнитное поле за экраном и, следовательно, определить потери в корпусе и других конструктивных элементах статора. Для иллюстрации сказанного рассмотрим расчет магнитного поля на наружной поверхности шихтованного ферромагнитного экрана, когда $\mu_{rэ}=\infty$. В этом случае анизотропный экран с взаимно перпендикулярными осями анизотропии в радиальном и азимутальном направлениях имеет относительную магнитную проницаемость $\mu_{rR}=\mu_{rA}=\mu_{rэ}=\infty$. Тогда, как и в изотропном ферромагнитном экране с $\mu_{rэ}=\infty$, радиальная составляющая магнитной индукции на его наружной поверхности будет равна нулю. Магнитная индукция на этой поверхности не равна нулю при $\mu_{rэ}=\infty$ вследствие краевого эффекта вокруг каждого листа. В разработанном подходе краевой эффект (шихтовка) учитывается не только в уравнении (2.43) для плотностей поверхностных магнитных зарядов $\dot{\sigma}_{2м}$, но также в уравнениях (2.42) и (2.44) для плотностей поверхностных $\sigma_{1м}$ и объемных $\rho_м$ магнитных зарядов. В (2.42) и (2.44) параметры уравнения равны соответственно $\lambda K_{ст}/2\pi$ и $K_{ст}/4\pi\mu_{rэ}$. При $\mu_{rэ}=\infty$ ($\lambda=1$) плотность на наружной поверхности ферромагнитного экрана $\sigma_{1м}\neq 0$, так как коэффициент заполнения $K_{ст}\neq 1$, но $\rho_м=0$ внутри $V_э$, поскольку $K_{ст}/4\pi\mu_{rэ}=0$ при $\mu_{rэ}=\infty$. Отсюда следует, что на наружной поверхности шихтованного ферромагнитного экрана магнитное поле больше, чем на поверхности нешихтованного экрана.

В криогенном генераторе мощностью 200 кВт магнитное поле на наружной поверхности ферромагнитного экрана (рис. 2.7) рассчитывалось и определялось экспериментально.

При расчете численно решалась система уравнений (2.42)—(2.44). Использовалось также число разбиений ферромагнитного экрана и обмотки возбуждения, как при расчете магнитного поля модели криогенного генератора (см. рис. 2.4).

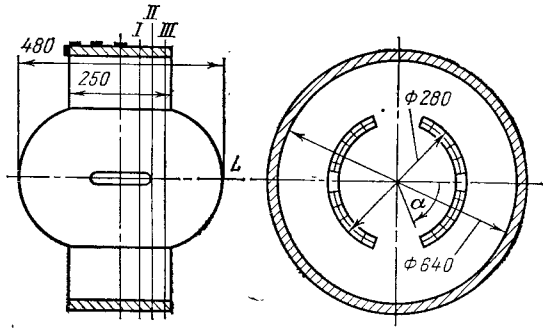


Рис. 2.7. Основные размеры криотурбогенератора мощностью 200 кВт

Расчетные и измеренные значения магнитной индукции на наружной поверхности шихтованного ферромагнитного экрана при токе возбуждения $I_в=80$ А сопоставлены на рис. 2.8,*а*, из которого видно, что их различие не превосходит 7%. На этом же рисунке даны для сравнения значения магнитной индукции, рассчитанные без учета шихтовки ферромагнитного экрана. Погрешность этих расчетов больше: отклонение от данных измерений получается до 30% в сторону уменьшения индукции. Распределения относительной магнитной проницаемости внутри ферромагнитного экрана, рассчитанные при токе возбуждения криогенного генератора $I_в=80$ А с учетом и без учета шихтовки экрана, показаны на рис. 2.8,*б*.

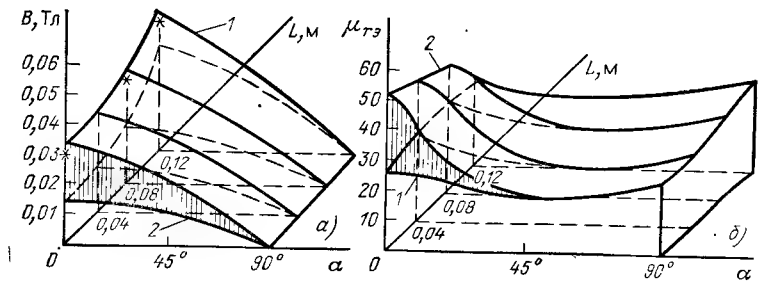


Рис. 2.8. Распределения радиальной составляющей магнитной индукции на поверхности экрана (*а*) и магнитной проницаемости внутри экрана (*б*):

1 — расчет с учетом шихтовки ферромагнитного экрана; *2* — то же без учета шихтовки (* — эксперимент)

2.5. Расчет вихревых токов в ферромагнитном экране

Рассмотрим в общем виде метод расчета составляющей напряженности магнитного поля $\dot{H}^{в,э}$, созданной вихревыми токами в ферромагнитном экране.

Интегральные уравнения для расчета трехмерного квазистационарного магнитного поля в объемно-неоднородной проводящей ферромагнитной среде приведены в [2.2].

Плотность вихревых токов $\dot{j}^{в}$ в проводнике определяется по формуле

$$\dot{j}^{в}=\gamma\dot{E}=-j\omega\gamma_{э}\dot{A}, \qquad (2.49)$$

где $\dot{A}$—векторный потенциал; $\dot{E}$—напряженность электрического поля; $\gamma_{э}$—удельная электрическая проводимость; ω—угловая скорость.

Чтобы перейти к системе интегральных уравнений для расчета плотности вихревых токов $\dot{j}^{в}$ в объемно-неоднородной проводящей ферромагнитной среде, требуется выразить векторный потенциал через комплексные вторичные источники: векторные — объемные $\dot{j}_{о,н}$ и поверхностные $\dot{j}_{п,н}$ плотности токов намагниченности, скалярные — объемные $\dot{\rho}_{м}$ и поверхностные $\dot{\sigma}_{м}$ плотности магнитных зарядов.

Векторный потенциал $\dot{A}$ от векторных вторичных источников определяется однозначно, а от скалярных—с точностью до градиента гармонической функции [2.2]. Следовательно, плотность вихревых токов $\dot{j}^{в}$ при решении интегрального уравнения с векторными вторичными источниками определяется однозначно, а со скалярными—неоднозначно.

Векторные вторичные источники определяются несколькими скалярными: поверхностная плотность тока $\dot{j}_{п,н}$—двумя, а объемная плотность тока $\dot{j}_{о,н}$— тремя скалярными функциями. Следовательно, одно интегральное уравнение, содержащее векторные вторичные источники, равносильно двум или трем интегральным уравнениям, содержащим скалярные источники.

При использовании векторных вторичных источников, а не скалярных, приходится решать систему из пяти интегральных уравнений вместо двух. Это приводит к значительному увеличению времени численного решения на ЭВМ таких интегральных уравнений. Во избежание указанных затруднений расчет квазистационарного магнитного поля в объемно-неоднородной проводящей ферромагнитной среде будем проводить следующим образом [2.15].

Для каждой компоненты плотности вихревого тока $\dot{j}_{i}^{в}$ ($i=x, y, z$) разобьем весь проводящий массив $V_{э}$ на $M_{в}$ элементов объема $\Delta V_{э}$ при следующих допущениях:

1) плотность вихревого тока $\dot{j}_{i}^{в}$ ($i=x, y, z$) в каждом элементе объема $\Delta V_{э}$ постоянная по величине и фазе;

2) на границе массива $V_{э}$, перпендикулярной компоненте i, плотность вихревого тока $\dot{j}_{i}^{в}=0$ на расстоянии, равном половине шага разбиения.

Второе допущение обосновывается тем, что на границе нормальная компонента плотности вихревого тока равна нулю. В связи с этим расчеты $\dot{j}_{i}^{в}$ будут выполняться тем точнее, чем меньше шаг разбиения.

На рис. 2.9 показано, как проводится разбиение проводящего массива $V_{э}$. Если провести прямые через центры всех элементов объема $\Delta V_{э}$ в направлении соответствующих осей координат, то в трехмерной постановке задачи получится пространственная решетка.

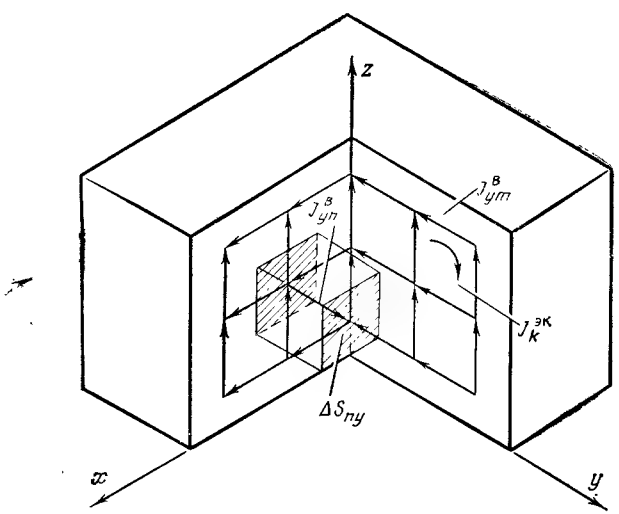


Рис. 2.9. Схема разбиения проводящего массива объемом $V_{э}$ при расчете вихревых токов

Согласно первому закону Кирхгофа в узлах решетки сумма плотностей тока равна нулю. Учитывая замкнутость линии тока, вместо реальных плотностей вихревого тока $\dot{j}^{в}_{im}$ будем определять плотности эквивалентных вихревых токов $\dot{j}_{k}^{эк}$, замыкающихся по контуру L_{k}, состояще-

му из ребер каждой грани решетки. Рассчитав $\dot{j}_k^{эк}$, определим $\dot{j}^{в}_{im}$ как сумму плотностей $\dot{j}_k^{эк}$ токов в контурах, образованных смежными гранями решетки.

Чтобы рассчитать $\dot{j}_k^{эк}$, запишем второе уравнение Максвелла для контура L_k

$$\oint_{L_к} \dot{E}_к dl = -j\omega\dot{\Phi}_к, \qquad (2.50)$$

где $\dot{\Phi}_k$—поток, пронизывающий контур L_k.

Используя выражение для закона Ома в дифференциальной форме, из (2.50) получаем

$$\oint_{L_k} \dot{j}_k^{эк} dl = -j\omega\gamma_э\dot{\Phi}_k. \qquad (2.51)$$

Контур L_k состоит из четырех элементов Δl_{jk} с постоянной плотностью тока $\dot{j}_k^{эк}$, поэтому (2.51) можно записать в виде

$$\dot{j}_k^{эк} \sum_{j=1}^{4} \Delta l_{j\,k} = -j\omega\gamma_э\dot{\Phi}_k. \qquad (2.52)$$

Считая $\dot{H}_k$ и $\mu_{r\,эк}$ на поверхности ΔS_k постоянными, получаем

$$\dot{j}_k^{эк} \sum_{j=1}^{4} \Delta l_{jk} = -j\omega\mu_0\mu_{r\,эк}(\dot{H}_k^{в,э} + \dot{H}_k^{в,к} + \dot{H}_k^{п}), \qquad (2.53)$$

где сумма $\dot{H}_k^{в,э}+\dot{H}_k^{в,к}+\dot{H}_k^{п}$ берется для центра поверхности ΔS_k.

Определим $\dot{H}_k^{в,э}$, используя формулу для расчета напряженности магнитного поля в произвольной точке от отрезка с током:

$$\dot{H}_k^{в,э} = \sum_{m=1}^{K} \dot{j}_m^{эк} \sum_{i=1}^{4} \frac{\Delta S_{mi}}{4\pi a_{mi}} (\cos\alpha_{1mi} + \cos\alpha_{2mi}) = \sum_{m=1}^{K} C_{km}\dot{j}_m^{эк}, \qquad (2.54)$$

где a_{mi}—расстояние от центра k-го эквивалентного контура до i-го ребра m-го эквивалентного контура; α_{1mi}, α_{2mi}—внутренние углы, образованные i-м ребром m-го эквивалентного контура и двумя векторами, проведенными из концов этого ребра в центр k-го эквивалентного контура; ΔS_{mi}—поперечное сечение элемента, соответствующего i-му ребру m-го эквивалентного контура.

Подставим $H_k^{в,э}$ из (2.54) в (2.53), тогда

$$\dot{j}_k^{эк} \sum_{i=1}^{4} \Delta l_{ki} = -j\omega\gamma_э\mu_0\mu_{r\,эк}\Delta S_k \left(\sum_{m=1}^{K} C_{km}\dot{j}_m^{эк} + \dot{H}_k^{в,к} + \dot{H}_k^{п} \right). \qquad (2.55)$$

Перенеся $\sum_{m=1}^{K} C_{km}\dot{j}_m^{эк}$ в левую часть (2.55) и учитывая все K эквивалентных контуров, получим систему линейных алгебраических уравнений, которая в векторно-матричной форме имеет вид

$$\dot{\mathbf{D}}\dot{\boldsymbol{J}}^{эк} = \dot{\boldsymbol{H}}^{р}. \qquad (2.56)$$

Матрица $\dot{\mathbf{D}}$ коэффициентов системы включает элементы

$$D_{ij} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{4} \Delta l_{ki} + j\omega\gamma_э\mu_0\mu_{r\,эк}\Delta S_k C_{kk}, & k = n; \\ j\omega\gamma_э\mu_0\mu_{r\,эк}\Delta S_k C_{kn}, & k \neq n. \end{cases}$$

Вектор решений системы $\dot{\boldsymbol{j}}^{эк}$ состоит из элементов $\dot{j}_k^{эк}$, а вектор $\dot{H}^{р}$ свободных членов — из элементов

$$\dot{h}_k = -j\omega\gamma_э\mu_0\mu_{r\,эк}\Delta S_k(\dot{H}_k^{в,к} + \dot{H}_k^{п}).$$

Решив систему линейных алгебраических уравнений (2.56) с комплексными коэффициентами, найдем все плотности вихревых токов $\dot{j}_k^{эк}$. Зная $\dot{j}_k^{эк}$, можно рассчитать индукцию в произвольной точке Q аналогично расчету $\dot{H}^{в,к}$ из § 2.2.

Результаты расчетов вихревых токов для трех сечений по длине ферромагнитного экрана генератора мощностью 200 кВт при $I_в$=80 А приведены на рис. 2.10. Положение этих сечений было показано на рис. 2.8. Как видно из

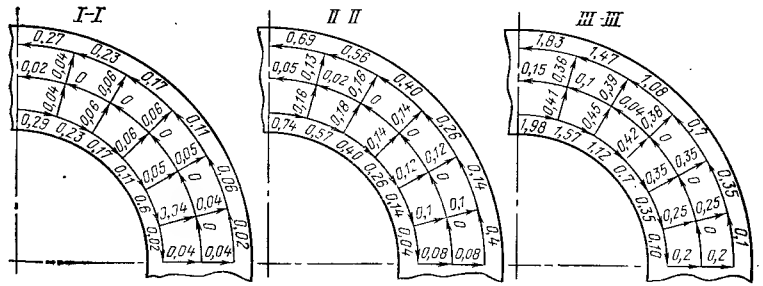


Рис. 2.10. Распределение максимальных значений плотностей вихревых токов (А/мм²)

рис. 2.10, в торцевой зоне генератора имеет место наибольшая плотность азимутальной составляющей вихревых токов, что вызывает нагрев в нажимных плитах и крайних пакетах.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИОГЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

3.1. Активное сопротивление обмотки статора

Проводники обмотки статора КЭМ не экранируются зубцами ферромагнитного сердечника. Они находятся в полном магнитном поле, создаваемом обмотками индуктора и якоря (статора), что приводит к увеличению в обмотке статора добавочных потерь на вихревые токи. Если в этой обмотке эффективный проводник разделен по высоте на несколько элементарных проводников, то из-за неравномерности магнитной индукции по высоте паза возникают циркуляционные токи, замыкающиеся через места пайки. На рис. 3.1,*а* показано распределение радиальной компоненты магнитной индукции обмотки возбуждения вдоль радиуса в центральном поперечном сечении криогенного генератора мощностью 200 кВт.

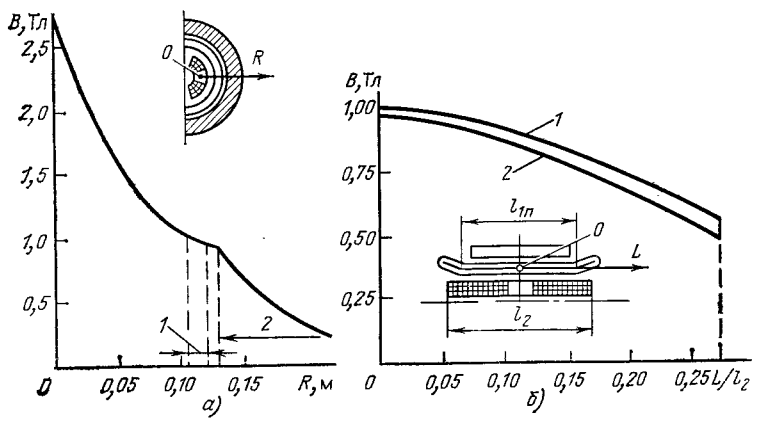


Рис. 3.1. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции обмотки возбуждения:

а — вдоль радиуса в центральном сечении (*1* — зона обмотки статора; *2* — зона экрана); *б* — по длине генератора (*1* — суммарное значение; *2* — первая пространственная гармоническая)

При расчете добавочных потерь в обмотке статора необходимо учитывать действие радиальной и азимутальной составляющих магнитной индукции, а также изменение магнитной индукции по длине машины. На рис. 3.1,*б* показано распределение радиальной и азимутальной составляющих магнитной индукции обмотки возбуждения в продольном сечении того же генератора.

В КЭМ магнитное поле возбуждения в 10—20 раз больше поля, создаваемого токами обмотки статора, поэтому при расчете добавочных потерь можно вторым полем пренебречь.

Коэффициент добавочных потерь в обмотке статора

$$K_д = R_1/R_{1п} = P_{1д}/m_1 R_{1п} I_1^2 + 1, \qquad (3.1)$$

где R_1 — активное сопротивление фазы обмотки статора на переменном токе; $R_{1п}$ — то же на постоянном токе; m_1 — число фаз; I_1 — ток фазы обмотки статора; $P_{1д}$ — добавочные потери в обмотке статора.

Потери $P_{1д}$ складываются из потерь от вихревых $P_{1в}$ и от циркуляционных $P_{1ц}$ токов.

Для уменьшения $P_{1в}$ все элементарные проводники обмотки статора выполняются из провода типа литцендрат, состоящего из отдельных элементарных круглых проводников диаметром менее 1 мм, которые изолируются эмалью и транспонируются по всей длине провода. Если в КЭМ применяется непосредственное охлаждение обмотки статора, то потери на вихревые токи следует рассчитывать в трубках охлаждения. На рис. 1.9 приведен один из вариантов конструкции стержня статора крупного криогенного генератора.

Добавочные потери от вихревых токов для всех возможных вариантов заполнения паза транспонированными проводниками и трубками охлаждения составляют

$$P_{1в} = Z_1 [N_п N_т (P_т^τ + P_т^R) + N_{тр} (P_{тр}^τ + P_{тр}^R)], \qquad (3.2)$$

где Z_1 — число пазов статора; $N_п$ — число эффективных проводников в пазу; $N_т$ — число элементарных транспонированных проводников в одном эффективном проводнике; $N_{тр}$ — число трубок охлаждения в пазу; $P_т^R$, $P_т^τ$ — потери на вихревые токи от радиальной и азимутальной составляющих магнитной индукции в одном элементарном транспонированном проводнике $P_{тр}^R$; $P_{тр}^τ$ — то же в одной трубке охлаждения.

Потери от вихревых токов в одном элементарном транспонированном проводнике

$$P_{\text{т}}^{R}=N_d\pi^3 f_1^2 d_{\text{п}}^4 l_{1w} B_R^2/32\rho_{\text{Cu}},$$

$$P_{\text{т}}^{\tau}=N_d\pi^3 f_1^2 d_{\text{п}}^4 l_{1w} B_\tau^2/32\rho_{\text{Cu}}, \qquad (3.3)$$

где N_d — количество проводников в одном элементарном транспонированном проводнике; $d_{\text{п}}$ — диаметр проводника; ρ_{Cu} — удельное электрическое сопротивление меди; B_R, B_τ — значения составляющих магнитной индукции, усредненные по высоте паза и по длине полувитка; l_{1w} — длина полувитка обмотки статора.

Потери от вихревых токов в одной трубке охлаждения

$$\left.\begin{aligned} P_{\text{тр}}^{R}&=\frac{\pi^2 B_R^2 f_1^2}{6\rho_{\text{тр}}}\left[b_{\text{тр}}^3 h_{\text{тр}}-(b_{\text{тр}}-2t_{\text{тр}})^3(h_{\text{тр}}-2t_{\text{тр}})\right]l_{1w};\\ P_{\text{тр}}^{\tau}&=\frac{\pi^2 B_\tau^2 f_1^2}{6\rho_{\text{тр}}}\left[h_{\text{тр}}^3 b_{\text{тр}}-(h_{\text{тр}}-2t_{\text{тр}})^3(b_{\text{тр}}-2t_{\text{тр}})\right]l_{1w},\end{aligned}\right\} \qquad (3.4)$$

где $b_{\text{тр}}$ — ширина трубки; $h_{\text{тр}}$ — высота трубки; $t_{\text{тр}}$ — толщина трубки; $\rho_{\text{тр}}$ — удельное электрическое сопротивление материала трубки.

Рассмотрим расчет добавочных потерь от циркуляционных токов, снизить которые можно путем транспозиции элементарных проводников в пазовой и лобовой частях [2.5, 3.2]. Выполнить транспозицию в стержнях обмотки КЭМ из литцендрата технологически затруднительно [3.2], поэтому в настоящее время практически используются различные схемы соединения в лобовых частях обмотки статора.

Для каждого варианта последовательного соединения эффективных проводников составляется своя схема замещения контуров циркуляционных токов. При составлении схемы замещения учитывается количество полувитков от пайки до пайки, ЭДС в элементарных проводниках, а также активное и индуктивное сопротивления полувитка элементарного проводника.

Активное и индуктивное сопротивления полувитка элементарного проводника составляют

$$R_w=\rho_{\text{Cu}} l_{1w}/q_{\text{эл}}; \quad X_w=\pi f_1 \frac{\mu_0}{q_{\text{эл}}}\int_{q_{\text{эл}}}\int_{S_{\text{к}}} H\,dS\,dq,$$

где $S_{\text{к}}$ — поверхность катушки; $q_{\text{эл}}$ — площадь поперечного сечения элементарного проводника; H — результирующая напряженность магнитного поля, созданная единичным током в обмотке статора (X_w рассчитывается численно).

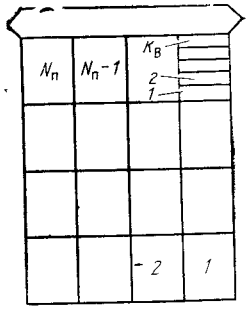


Рис. 3.2. Схема нумерации эффективных и элементарных проводников в пазу

ЭДС, наведенная в k-м полувитке элементарного проводника (рис. 3.2), рассчитывается с учетом изменения магнитной индукции по длине полувитка;

$$E_{\text{эл}}^{kn}=\sqrt{2}f_1\tau_1\left\{\int_0^{l_{1\text{п}}} B_{kn}(l)\,dl+2\int_0^{l_{1\text{в}}} B_{kn}(l)\sin\left[\frac{\beta\pi(l_{1\text{в}}-l)}{2l_{1\text{в}}}\right]dl\right\},$$

где τ_1 — полюсное деление; $l_{1\text{п}}$ — длина пазовой части; $l_{1\text{в}}$ — вылет лобовой части; B_{kn} — радиальная составляющая магнитной индукции на середине высоты k-го элементарного проводника по высоте n-го эффективного проводника; β — относительный шаг обмотки статора.

Зная $E_{\text{эл}}^{kn}$, по схеме замещения контуров циркуляционных токов определяем ЭДС ветвей. Затем вычисляем циркуляционный ток в k-й ветви:

$$I_{\text{ц}}^{k}=\frac{E_{\text{в}}^{k}-\dfrac{1}{K_{\text{в}}-1}\left(\sum\limits_{i=1}^{k-1}E_{\text{в}}^{i}+\sum\limits_{i=k+1}^{K_{\text{в}}}E_{\text{в}}^{i}\right)}{w_{\text{ц}}\sqrt{R_w^2+X_w^2}\left(1+\dfrac{1}{K_{\text{в}}-1}\right)},$$

где $E_{\text{в}}^{k}$ — ЭДС k-й ветви; $w_{\text{ц}}$ — число последовательно соединенных полувитков элементарного проводника между пайками; $K_{\text{в}}$ — число элементарных проводников по высоте эффективного проводника.

Потери от циркуляционных токов в обмотке статора

$$P_{1\text{ц}}=Z_1 N_{\text{п}} R_w \sum_{i=1}^{K_{\text{в}}}(I_{\text{ц}}^{i})^2.$$

3.2. Синхронное индуктивное сопротивление обмотки статора

Синхронное индуктивное сопротивление симметричной m_1-фазной обмотки статора [3.4]

$$X_d = \omega_1 \left\{ L_1 + \sum_{i=2}^{m_1} M_i \cos \left[\frac{2\pi(i-1)}{m_1} \right] \right\}. \qquad (3.5)$$

В (3.5) собственная индуктивность первой фазы

$$L_1 = \frac{1}{a_1^2} \sum_{l=1}^{\gamma p} \sum_{k=1}^{\gamma p} (-1)^{k+1} M_{lk} = \frac{1}{a_1^2} \sum_{l=1}^{\gamma p} L_l^{\text{гр}}, \qquad (3.6)$$

где γp — число катушечных групп в фазе; l, k — номера катушечных групп обмотки первой фазы; M_{lk} — взаимная индуктивность l-й и k-й катушечных групп первой фазы; $L_l^{\text{гр}}$ — собственная индуктивность l-й катушечной группы фазы с учетом взаимной индуктивности остальных катушечных групп этой фазы; a_1 — число параллельных ветвей в фазе.

Взаимная индуктивность первой и i-й фаз

$$M_i = \frac{1}{a_1^2} \sum_{l=1}^{\gamma p} \sum_{k=1}^{\gamma p} (-1)^{k+1} M_{lk}^i = \frac{1}{a_1^2} \sum_{l=1}^{\gamma p} M_{il}^{\text{ф}}, \qquad (3.7)$$

где M_{lk}^i — взаимная индуктивность l-й катушечной группы первой фазы и k-й катушечной группы i-й фазы; $M_{il}^{\text{ф}}$ — взаимная индуктивность l-й катушечной группы первой фазы со всеми катушечными группами i-й фазы.

Коэффициент $(-1)^{k+1}$ в (3.6) и (3.7) учитывает соединение катушечных групп в фазе, связанное с магнитной полярностью обмотки.

Двухслойная обмотка с целым или однослойная обмотка с четным числом пазов на полюс и фазу для всех l имеет равные $L_l^{\text{гр}}$ и $M_{il}^{\text{ф}}$. Следовательно, для $2p$ катушечных групп (3.6) и (3.7) принимают вид

$$L_1 = \frac{2p}{a_1^2} L_1^{\text{гр}}, \quad M_i = \frac{2p}{a_1^2} M_{i1}^{\text{ф}}. \qquad (3.8)$$

В двухслойной обмотке дробное число пазов на полюс и фазу можно представить в виде

$$q = b + (c/d),$$

где b — целое число; c/d — правильная дробь.

В этой обмотке на каждую фазу приходится $2p/d$ чередований катушечных групп, и поэтому согласно (3.6) и (3.7)

$$L_1 = \frac{2p}{a_1^2 d} \sum_{l=1}^{d} L_l^{\text{гр}}; \quad M_i = \frac{2p}{a_1^2 d} \sum_{l=1}^{d} M_{il}^{\text{ф}}. \qquad (3.9)$$

Однослойная обмотка с нечетным q имеет такую же схему соединения катушечных групп, как двухслойная обмотка с дробным q при $d=2$. В каждой фазе катушечные группы чередуются, имея $(q-1)/2$ и $[(q-1)/2]+1$ катушку. Для данного случая из (3.6) и (3.7) получим

$$L_1 = \frac{p}{a_1^2} \sum_{l=1}^{2} L_l^{\text{гр}}, \quad M_i = \frac{p}{a_1^2} \sum_{l=1}^{2} M_{il}^{\text{ф}}. \qquad (3.10)$$

Взаимная индуктивность между катушечнымм группами M_{lk} и M_{lk}^i составляет

$$\left.\begin{aligned} M_{lk} &= \sum_{j=1}^{N_{1l}} \sum_{s=1}^{N_{1k}} M_n^{\text{к}}; \\ M_{lk}^i &= \sum_{j=1}^{N_{1l}} \sum_{s=1}^{N_{il}} M_n^{\text{к}}, \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &n = s - j + 1 + Z_k - Z_l \text{ при } j \leqslant s; \\ &n = j - s + 1 + Z_k - Z_l \text{ при } j > s, \end{aligned} \qquad (3.11)$$

где $M_n^{\text{к}}$ — взаимная индуктивность между первой и n-й катушками; N_{il} — число катушек в l-й катушечной группе i-й фазы (определяется из таблицы распределения катушечных групп по фазам); Z_l — номер паза начала l-й катушечной группы (номер каждой катушки соответствует на схеме-развертке обмотки номеру паза, в котором расположена левая сторона катушки).

Рассчитаем $M_n^{\text{к}}$ последовательно между первой и всеми остальными катушками статора:

$$M_n^{\text{к}} = w_{\text{к}}^2 \Psi_n, \qquad (3.12)$$

где $w_{\text{к}}$ — число витков в одной катушке.

Потокосцепление с поверхностью n-й катушки, созданное единичными токами, равномерно распределенными по сечению первой катушки, равно

$$\Psi_n = \frac{\mu_0}{q_{\text{к}}} \int_{q_{\text{к}}} \int_{S_n} (H^{\text{в,к}} + H^{\text{п}})\, dS dq, \qquad (3.13)$$

где $q_{\text{к}}$ — площадь поперечного сечения катушки; S_n — поверхность n-й катушки; $H^{\text{в,к}}$ — вихревая составляющая

напряженности магнитного поля, созданная током 1 А в первой катушке; $H^{п}$ — потенциальная составляющая напряженности магнитного поля, созданная намагниченностью ферромагнитного экрана при токе 1 А в первой катушке.

Рассмотрим особенности численного расчета Ψ_n по распределению индукции магнитного поля, создаваемого катушкой обмотки статора (рис. 3.3). Графики, построенные для цилиндрической поверхности, проходящей через сере-

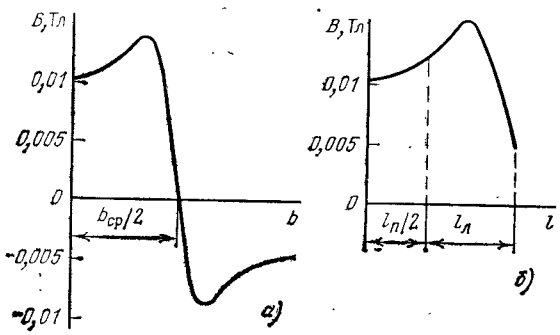


Рис. 3.3. Распределение магнитной индукции катушки обмотки статора в поперечном (*а*) и продольном (*б*) сечениях генератора мощностью 200 кВт при $I_1=1000$ А:

$b_{ср}$ — средняя длина дуги катушки; $l_п$ — длина пазовой части обмотки; $l_л$ — вылет лобовой части обмотки

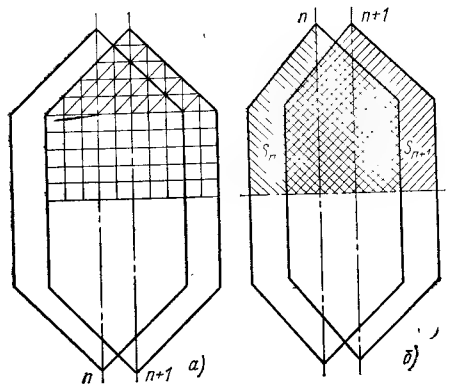
дину высоты паза обмотки статора, показывают, что при вычислении Ψ_n по (3.13) необходимо рассчитать трехмерное магнитное поле катушки обмотки статора.

Для расчета $H^{в,к}$ разобьем сечение первой катушки на элементы и заменим катушку тонкими эквидистантными витками с током, проходящими через центры этих элементов. Расположим в узлах разбиения элементарные витки для расчета их потокосцепления в n-й катушке. Такое расположение витков позволяет при вычислении $H^{в,к}$ избежать особенностей в случае $r_{QN}=0$.

Рассчитывая $H^{п}$, примем допущение, что относительная магнитная проницаемость в ферромагнитном экране определяется только по распределению магнитного поля от обмотки возбуждения. Это справедливо, так как на радиальную компоненту индукции на внутренней поверхности ферромагнитного экрана практически не влияет поле обмотки статора.

При проведении в (3.13) численного интегрирования

Рис. 3.4. Схемы разбиения поверхности S_{n+1} при численном интегрировании (*а*) и расчет потокосцепления между n и $n+1$-й секциями (*б*)



поверхности катушек S_1 и S_n могут пересекаться. Чтобы центры элементов разбиения поверхности S_n не попадали на нити с током первой катушки, поверхность следует разбить на прямоугольную и треугольную сетки в зависимости от шага обмотки по пазам (рис. 3.4,*а*). Для сокращения в 5—10 раз времени расчета Ψ_n на ЭВМ используем вычисленную на n—1-м шаге часть потокосцепления Ψ_{n-1} через общую поверхность катушек S_n и S_{n-1} (рис. 3.4,*б*).

3.3. Потери в ферромагнитном экране и стяжных шпильках

Большие значения магнитной индукции в КЭМ обусловливают необходимость уточненного расчета потерь в ферромагнитном экране и стяжных шпильках.

В ферромагнитном экране имеют место потери: на гистерезис $P^{г}$, на вихревые токи от радиальной и азимутальной составляющих индукции магнитного поля $P^{R\tau}$, от аксиальной составляющей $P^{а}$.

Разобъем объем экрана $V_э$ на $K_э$ элементов объема ΔV и определим соответствующие потери $\Delta P_k{}^{г}$, $\Delta P_k{}^{а}$ и $\Delta P_k{}^{R\tau}$ в каждом элементе объема (реакцией вихревых токов на вызывающее их поле пренебрегаем):

$$\Delta P_k{}^{г}=\sigma_г f_1 \Delta G_k [(B_k{}^{R})^2+(B_k{}^{\tau})^2+(B_k{}^{а})^2],$$

где $\sigma_г$ — постоянная, зависящая от сорта стали; ΔG_k — масса элемента объема ΔV; $B_k{}^{R}$, $B_k{}^{\tau}$, $B_k{}^{а}$ — радиальная, азимутальная и аскиальная составляющие индукции маг-

нитного поля в объеме ΔV:

$$\Delta P_k^{R\tau} = \begin{cases} \frac{1}{24}\left[(B_k^R)^2 + (B_k^\tau)^2\right]\gamma_э \omega_1^2 \Delta_л \Delta V K_{ст}, & a < 0{,}5\Delta_л; \\ 0{,}5\sqrt{\frac{\gamma_{ст}}{2\mu_{aэ}}}\,\omega_1^{1,5}\left[(B_k^R)^2 + (B_k^\tau)^2\right]\Delta V K_{ст}, & a < 0{,}5\Delta_л, \end{cases}$$

где $a = \sqrt{2/(\gamma_{ст}\omega_1 \mu_{aэ})}$ — глубина проникновения электромагнитного поля в лист;

$$\Delta P_k{}^а = (J_k{}^R)^2 \Delta S_R{}^2 \Delta l_R/\gamma_{ст} + (J_k{}^\tau)^2 \Delta S_\tau{}^2 \Delta l_\tau/\gamma_{ст},$$

где Δl_R, Δl_τ — длина элемента объема ΔV вдоль соответствующей координаты; ΔS_R, ΔS_τ — сечение элемента объема ΔV, перпендикулярное соответствующей координате; $J_k{}^R$, $J_k{}^\tau$ — составляющие плотности вихревых токов в ΔV.

Анализ распределения магнитной индукции в КЭМ показывает, что при укорочении длины ферромагнитного экрана $l_э$ увеличивается аксиальная составляющая магнитной индукции внутри экрана, следовательно, возрастают вихревые токи в крайних пакетах и нажимных плитах (рис. 3.5,*а*).

Проведя суммирование $\Delta P_k{}^а$, $\Delta P_k{}^г$ и $\Delta P_k{}^{R\tau}$ по всем $K_э$ элементам объема ΔV, получим потери в ферромагнитном экране

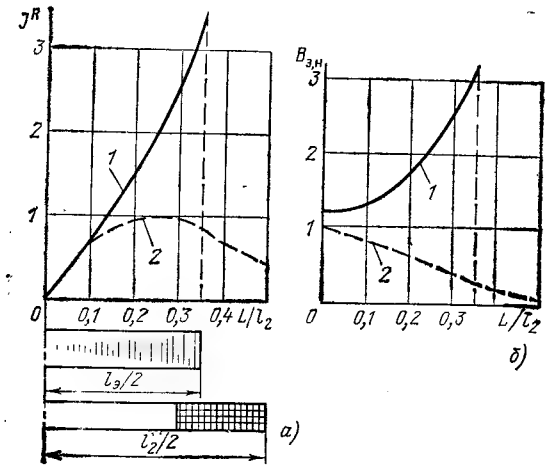


Рис. 3.5. Распределения относительных значений радиальных составляющих плотности вихревых токов внутри ферромагнитного экрана (*а*) и магнитной индукции на наружной поверхности ферромагнитного экрана (*б*) генератора мощностью 200 кВт:

1 — при длине экрана $l_э = 0{,}75 l_2$; *2* — при длине экрана $l_э = l_2$ (l_2 — длина обмотки возбуждения)

$$P_{эк} = \sum_{k=1}^{K_э} (\Delta P_k^г + \Delta P_k^а + \Delta P_k^{R\tau}).$$

Из-за вытеснения магнитного поля на наружную поверхность ферромагнитного экрана возникают циркуляционные токи в стяжных шпильках и нажимных плитах, которые образуют короткозамкнутую систему (клетку). Как следствие могут появляться подгары в торцевой зоне ферромагнитного экрана.

ЭДС в стяжных шпильках

$$E_ш = 2{,}22\,\pi f_1 D_{э,н} l_э B_{э,н}/p,$$

где $B_{э,н}$ — радиальная составляющая магнитной индукции на наружной поверхности ферромагнитного экрана с диаметром $D_{э,н}$.

Анализ результатов расчетов показывает, что при $l_э < l_2$ краевой эффект приводит к увеличению индукции $B_{э,н}$ и обусловливает ее возрастание в торцевой зоне. Если $l_э = l_2$, то распределение $B_{э,н}$ вдоль $l_э$ сглаживается, насыщение экрана также выравнивает $B_{э,н}$ (рис. 3.5,*б*).

Полное сопротивление контура циркуляционных токов

$$Z_ш = \sqrt{R_ш^2 + X_ш^2},$$

где активное и реактивное сопротивления шпильки [3.1]

$$R_ш = \rho_ш \frac{l_э K_в}{h_ш b_ш} + \rho_{пл} \frac{\pi D_{э,н}}{0{,}3 N_ш q_{пл}} \frac{1}{2\sin(\pi/N_ш)};$$

$$X_ш = 2\pi f_1 \mu_0 l_э \left(\frac{N_ш \pi}{2p} + \frac{N_ш \tau_{э,н}}{20\,p l_э} + \frac{h_ш N_ш}{6p\tau_{э,н}} + \frac{1{,}64p}{\pi N_ш}\right).$$

Здесь $\rho_ш$, $\rho_{пл}$ — удельные сопротивления материалов шпильки и нажимной плиты; $h_ш$, $b_ш$ — высота и ширина шпильки призматического профиля; $N_ш$ — число шпилек; $\tau_{э,н} = \pi D_{э,н}/2p$.

Коэффициент вытеснения тока в шпильке

$$K_в = h_ш \sqrt{\frac{\mu_{aш}\pi f_1}{\rho_ш} \frac{b_ш}{b_ш + 1{,}2h_ш}},$$

где $\mu_{aш}$ — абсолютная магнитная проницаемость материала шпильки.

Потери от циркуляционных токов в стяжных шпильках

$$P_ш = N_ш I_ш^2 R_ш,$$

где $I_ш = E_ш/Z_ш$ — ток в шпильке.

Погрешность в расчете циркуляционных токов получается за счет неопределенности значения контактного сопротивления между стяжной шпилькой и экраном.

3.4. Характеристика холостого хода

Зависимость ЭДС фазы обмотки статора от тока возбуждения $I_в$ рассчитывается в диапазоне $0 \leqslant I_в \leqslant I_в{}^м$.

Рассмотрим определение максимально допустимого тока возбуждения $I_в^м$. Условия фазового перехода короткого сверхпроводникового образца провода на основе сплавов ниобия из смешанного состояния в нормальное характеризуются поверхностью критических параметров $f_п = f(J_к, B_к, T_к)$, где $J_к$ — плотность тока; $B_к$ — магнитная индукция; $T_к$ — абсолютная температура. Проекция этой поверхности на плоскость $J - B$ представляется семейством изотерм $J_к = \varphi_п(B_к)$. Провод находится в сверхпроводящем состоянии, если при критических $T_к$ и $B_к$ выполняется неравенство $J < J_к$.

Сверхпроводниковая обмотка возбуждения характеризуется аналогичными критическими параметрами, значения которых могут быть ниже критических параметров короткого образца. Многочисленными опытами установлено, что на деградацию тока $I_в$ оказывают влияние конфигурация обмотки и способ ее изготовления, электродинамические усилия и устройство крепления обмотки, условия охлаждения обмотки, связанные с принятой конструкцией криостата, и другие факторы [3.5].

Строгий учет степени деградации не представляется возможным, для надежности на практике при расчете $I_в$ принимается коэффициент запаса $K_I \leqslant K_d$. Коэффициент деградации

$$K_d = I_в^р / I_в^0,$$

где $I_в^р$ — реальный ток возбуждения; $I_в^0$ — ток в обмотке при отсутствии деградации.

Коэффициент K_d назначается на основании испытаний КЭМ аналогичной конструкции. Для обмоток индукторов отечественных и зарубежных КЭМ $K_d = 0{,}5 \div 0{,}6$.

Алгоритм расчета тока $I_в^м$ с учетом характеристики коротких образцов сверхпроводника сводится к следующему.

1. Задавшись единичным током $I_з$, определяем максимальное значение магнитной индукции $B_м$ в обмотке.

Расчеты показывают, что в сечении, проходящем через середину лобовых частей, результирующее значение магнитной индукции на 15—20% выше, чем в середине пазового участка.

Для седлообразной обмотки возбуждения (рис. 3.6,*а*) значение $B = B_{max}$ достигается на внутренних витках, расположенных ближе к сердечнику обмотки (рис. 3.6,*б*).

Для ступенчатой обмотки возбуждения (см. рис. 1.5) $B = B_{max}$ получается на внутренних витках секции, ближе

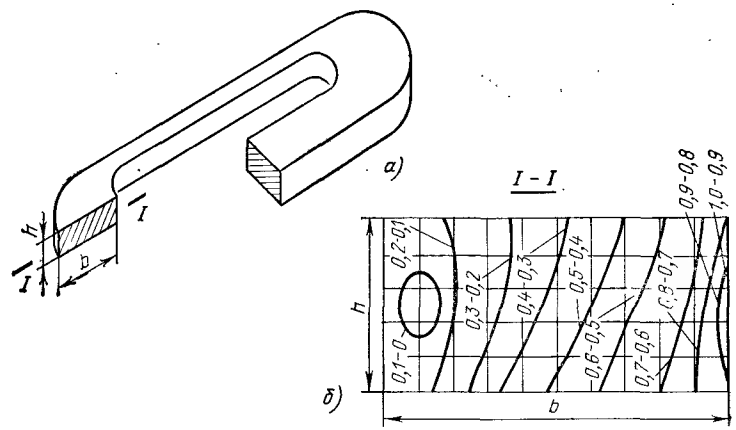


Рис. 3.6. Распределение относительных значений результирующей магнитной индукции $B_м$ по сечению, проходящему через середину лобовой части седлообразной обмотки возбуждения криогенного генератора мощностью 200 кВт (базисная индукция $B_б = 3$ Тл).

всего расположенной к оси q при $p = 1$ (рис. 3.7,*а*) или к оси d при $p \geqslant 2$ (рис. 3.7,*б*).

2. Используя зависимость $B_к = \varphi_п(J_к)$ и рассчитанное значение B_{max}, находим $I_в^м$ в каждой секции, решив уравнение

$$\varphi_п(I_в^м / q_{сп} K_{сп}) - B_{max} I_в^м = 0,$$

где $q_{сп}$ — сечение сверхпроводникового провода; $K_{сп}$ — коэффициент заполнения провода сверхпроводниковыми жилами.

3. С учетом выбранного коэффициента K_I определяем ток:

$$I_в = K_I I_в^м.$$

Рассмотрим определение ЭДС фазы обмотки статора. Одна из особенностей КЭМ в том, что в зоне лобовых частей обмотки статора магнитная индукция достаточно велика (см. рис. 3.1,*б*), поэтому рассчитывают ЭДС как в пазовой, так и в лобовых частях:

$$E_1 = E_{1п} + E_{1л}. \qquad (3.14)$$

Действующее значение ЭДС в пазовой части

$$E_{1п} = 2\sqrt{2} f_1 w_1 K_р B_1 \tau_1 l_{1п} \sin(0{,}5\beta\pi), \qquad (3.15)$$

где w_1 — число последовательно включенных витков фазы; $K_р$ — коэффициент распределения обмотки.

Усредненное по длине $l_{1п}$ и высоте $h_{1п}$ пазовой части

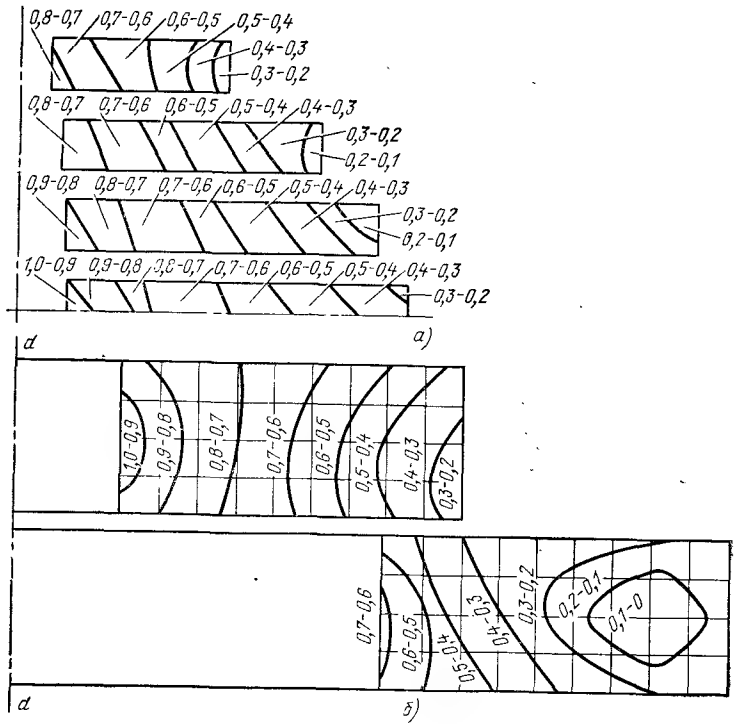


Рис. 3.7. Распределение относительных значений результирующей магнитной индукции $B_м$ по сечению ступенчатой обмотки возбуждения: *а — p=1; б — p≥2*

значение амплитуды первой пространственной гармоники B_{1m} индукции поля возбуждения в зоне обмотки статора

$$B_1 = \frac{1}{l_{1п} h_{1п}} \int_0^{l_{1п}} \int_0^{h_{1п}} B_{1m}(l,\ h)\, dl dh$$

находим численным интегрированием.

Аналогично определяем действующее значение ЭДС в лобовой части

$$E_{1л} = \frac{4\sqrt{2} f_1 w_1 K_p \tau_1}{h_{1п}} \int_0^{l_{1в}} \int_0^{h_{1п}} B_{1m}(l,\ h) \sin\left[\frac{\beta\pi(l_{1в} - l)}{l_{1в}}\right] dl dh, \quad (3.16)$$

учитывая изменение по l относительно шага $\beta' = \beta(l_{1в} - l)$, причем $l_{1в}$ — вылет лобовой части.

Рассмотрим выбор размеров седлообразной обмотки возбуждения.

Целесообразно уменьшить содержание высших гармонических радиальной составляющей магнитной индукции на середине высоты паза обмотки якоря.

Неравномерность распределения магнитной индукции поля возбуждения по длине машины характеризуют:

1) коэффициент формы поля, равный отношению 1-й гармонической радиальной составляющей магнитной индукции $B^ц_{1R}$ в центральном поперечном сечении машины к максимальному значению радиальной магнитной индукции $B^ц_{mR}$ в том же сечении ($K_f = B^ц_{1R}/B^ц_{mR}$);

2) отношение среднего значения 1-й пространственной гармоники радиальной составляющей магнитной индукции $B^{ср}_{1R}$ по длине обмотки возбуждения к индукции $B^ц_{1R}$ ($K_в = B^{ср}_{1R}/B^ц_{1R}$).

На распределение этого поля в зоне обмотки якоря влияют степень насыщения ферромагнитного экрана, размеры обмотки возбуждения и расстояние R от середины высоты паза обмотки якоря до середины высоты сечения обмотки возбуждения.

Анализ показывает, что насыщение ферромагнитного экрана приводит к уменьшению $B^ц_{1R}$ на 20—25% и искажению формы кривой магнитной индукции в поперечном сечении КЭМ. При насыщении ферромагнитного экрана в кривой магнитной индукции может в 1,5—2,5 раза увеличиваться амплитуда 3-й гармоники (рис. 3.8).

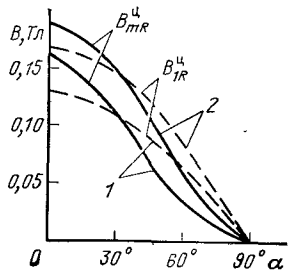


Рис. 3.8. Распределения $B^ц_{mR}$ и $B^ц_{1R}$ на внутренней поверхности ферромагнитного экрана в центральном поперечном сечении статической модели криогенного генератора при $I_в = 70$ А:

1 — с учетом насыщения экрана; *2* — без учета насыщения

Исследование распределения магнитного поля КЭМ проведем в зависимости от соотношений размеров седлообразных катушек сверхпроводниковой обмотки возбуждения: ширины $b_п$, осевой длины l_2, ширины внутреннего отверстия $b_{2в}$ и полюсного деления τ на середине высоты катушки, а также расстояния R. Эти соотношения варьируются в пределах $b_п/\tau = 0{,}63 \div 1{,}0$; $b_{2в}/b_п = 0{,}1 \div 0{,}5$; $R/\tau = 0{,}1 \div 0{,}35$; $\tau/l_2 = 0{,}3 \div 1{,}0$, которые охватывают геометрию основных изготовленных КЭМ, а также КЭМ, проектируемых в настоящее время.

Расчеты показали, что с увеличением $b_{2в}/b_п$, $b_п/\tau$ и R/τ коэффициент формы поля K_f растет, но K_f слабо зависит от изменения τ/l_2 в широких пределах (рис. 3.9,*а* и *б*).

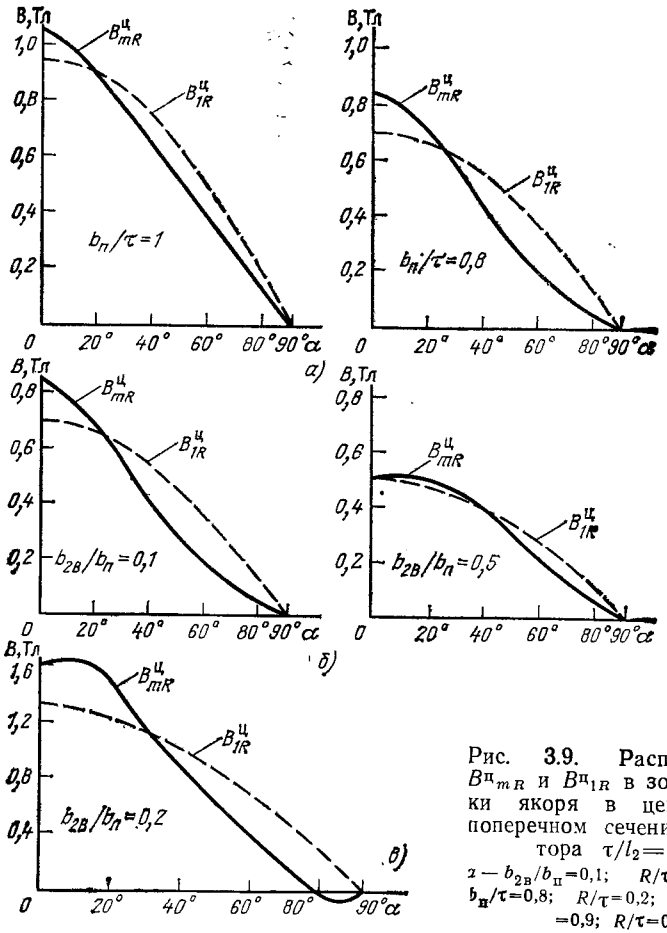


Рис. 3.9. Распределения $B^{ц}_{mR}$ и $B^{ц}_{1R}$ в зоне обмотки якоря в центральном поперечном сечении генератора $\tau/l_2=0,5$:
а — $b_{2в}/b_п=0,1$; $R/\tau=0,2$; б — $b_п/\tau=0,8$; $R/\tau=0,2$; в — $b_п/\tau=0,9$; $R/\tau=0,1$

Содержание высших пространственных гармоник поля особенно сильно увеличивается при $R/\tau\approx0,1$ (рис. 3.9,в).

Установлено, что с уменьшением R/τ растет $B^{ц}_{1R}$, магнитное поле по длине машины выравнивается (увеличивается отношение $B^{ср}_{1R}/B^{ц}_{1R}$, рис. 3.10). При $R/\tau\approx0,1$ в продольном сечении КЭМ появляется пик магнитной индукции в зоне лобовых частей обмотки возбуждения (рис. 3.10,а).

При увеличении τ/l_2 в КЭМ индукция $B^{ц}_{1R}$ получается выше из-за усиления влияния лобовых частей обмотки возбуждения. Например, при $\tau/l_2=0,75$ значение $B^{ц}_{1R}$ в среднем на 10 % больше, чем в КЭМ с $\tau/l_2=0,5$.

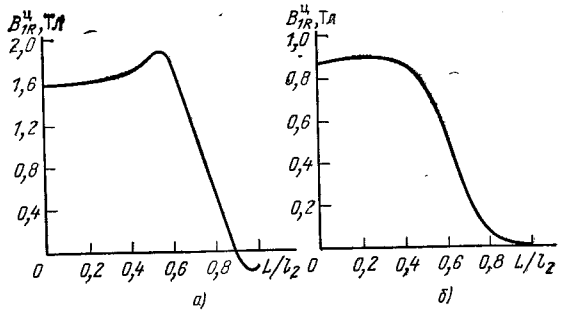


Рис. 3.10. Распределения $B^{ц}_{1R}$ в зоне обмотки якоря в продольном сечении генератора:
а — при $R/\tau=0,1$; б — при $R/\tau=0,2$ ($b_{2в}/b_п=0,2$; $b_п/\tau=0,9$; $\tau/l_2=0,5$)

В КЭМ с увеличением $b_п/\tau$ повышается магнитная индукция $B^{ц}_{1R}$, так как с ростом отношения $b_п/\tau$ возрастают коэффициент K_f и МДС обмотки возбуждения.

Результаты расчетов показывают, что $B^{ц}_{1R}$ имеет максимальное значение при $b_{2в}/b_п\approx0,2$. Это объясняется тем, что с увеличением отношения $b_{2в}/b_п$ растет плотность тока в обмотке возбуждения. Кроме того, при $b_{2в}/b_п<0,2$ около 10—15 % витков обмотки индуктора, ближе всего расположенных к немагнитному сердечнику этой обмотки, практически не дают вклада в создание поля возбуждения.

Влияние геометрических соотношений индуктора КЭМ на индук-

Таблица 3.1. Зависимости коэффициента формы K_f и относительного значения модуляции $B^{ц}_{1R*}$ от параметров генератора мощностью 200 кВт

$b_п/\tau$	$b_{2в}/b_п$	$F_{в*}$	$J_{в*}$	$B^{ц}_{1R*}$	K_f
0,6	0,1	0,75	0,96	0,66	0,71
	0,2	0,70	1,02	0,67	0,72
	0,3	0,65	1,10	0,65	0,73
0,9	0,1	0,94	0,94	0,85	0,78
	0,2	0,90	1,01	0,87	0,79
	0,3	0,83	1,06	0,86	0,80
1,0	0,1	1,07	0,88	0,92	0,87
	0,2	1,0	1,0	1,0	0,88
	0,3	0,94	1,04	0,96	0,89

Примечание. Базисные значения для параметров $B^{ц}_{1R*}$, $J_{в*}$, $F_{в*}$ соответствуют соотношениям $b_п/\tau=1$ и $b_{2в}/b_п=0,62$, при которых индукция $B^{ц}_{1R}$ максимальна.

Рис. 3.11. Укрупненная схема программ первого и второго уровней:
а — блоки М-2-1 — М-2-6; *б* — блоки М-2-7 — М-2-11; *в* — блоки М-2-12 — М-2-16

цию $B^{п}_{1R}$ и коэффициент формы K_f иллюстрируется табл. 3.1. При расчете учитывались критические значения плотности тока в коротком образце сверхпроводника из сплава НТ-50.

3.5. Программное обеспечение электромагнитных расчетов КЭМ переменного тока на ЭВМ

На основании методики электромагнитного расчета установившегося режима КЭМ, изложенной в гл. 2 и 3, разработан пакет прикладных программ (ППП) для ЭВМ [3.6]. Цель создания ППП состоит в автоматизации поверочных электромагнитных расчетов. ППП реализован на языке фортран для ЕС ЭВМ и содержит 150 программ.

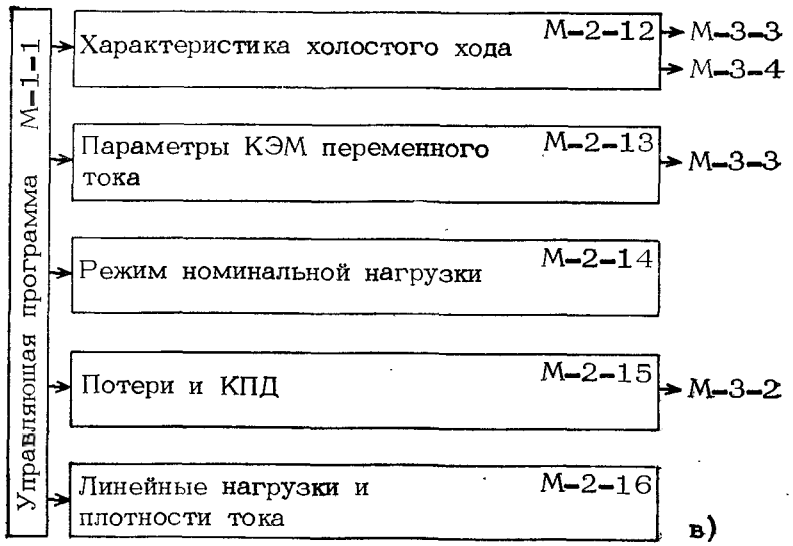
ППП имеет модульную многоуровневую структуру, что позволяет генерировать программы математической модели для различных вариантов конструкции КЭМ. Кроме того, многоуровневая структура необходима для возможности оперативного внесения изменений при уточнении или дополнении методики электромагнитного расчета КЭМ.

В состав ППП входят:

1) управляющая программа, занимающая первый уровень;

2) комплекс сервисных программ, обеспечивающих ввод данных в удобной инженеру форме и наглядное отображение результатов расчетов в виде таблиц и графиков;

3) Программы электромагнитного расчета, которые располагаются на уровнях со второго по пятый.



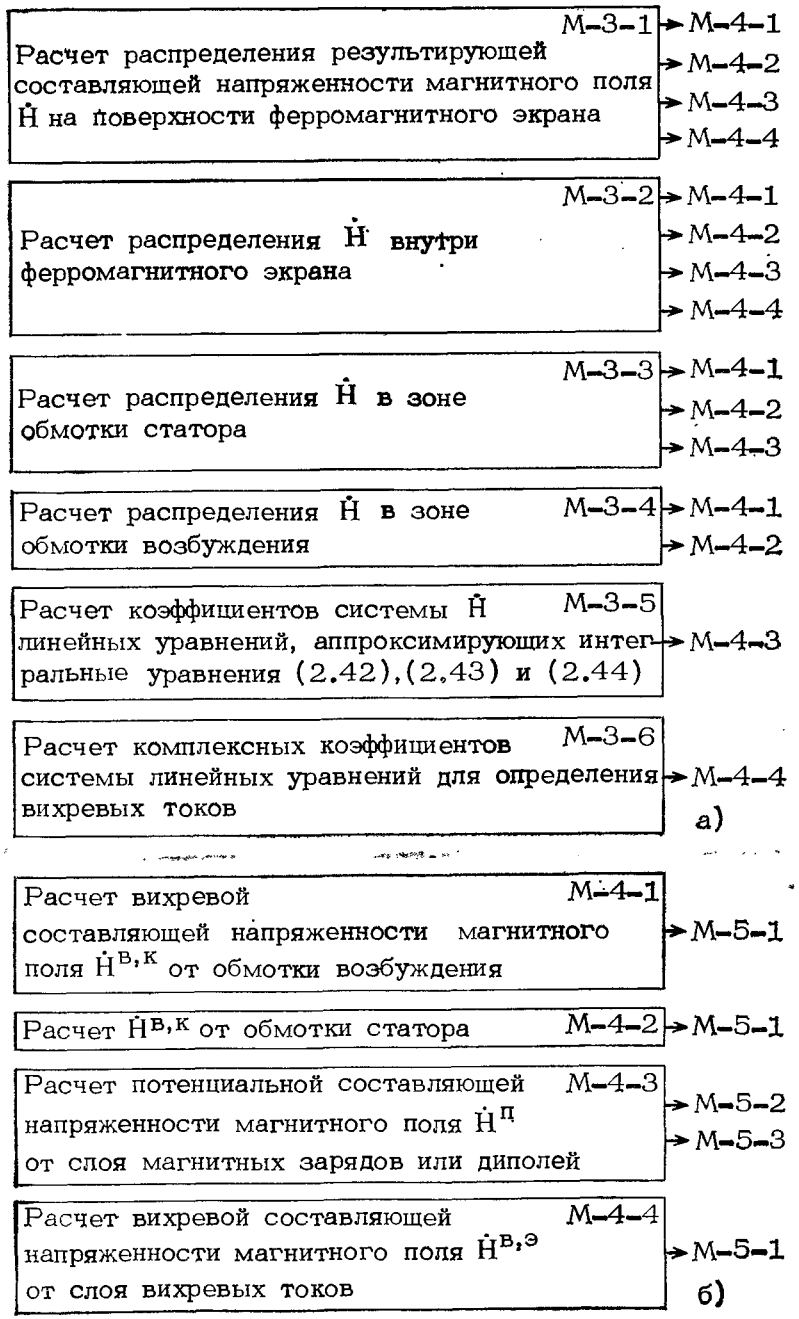


Рис. 3.12 а, б

Укрупненная схема ППП представлена на рис. 3.11, 3.12. Каждый модуль (М) в ней имеет двойное обозначение, включающее номер уровня и номер модуля в уровне.

Управляющая программа (М-1-1, рис. 3.11) настраивает ППП на выполнение электромагнитного расчета конкретного варианта КЭМ, конструктивные особенности которого задаются набором признаков.

В математической модели предусмотрены различные комбинации конструктивных особенностей КЭМ, к которым относятся:

1) Наличие или отсутствие ферромагнитного экрана;

2) Конфигурации обмоток возбуждения (седлообразные, ступенчатые);

3) Конструкции обмоток статора (однослойные или двухслойные, с любым числом фаз, с целым или дробным числом пазов на полюс и фазу);

4) Конструкции паза с любыми сочетаниями транспонированных проводников и трубок охлаждения.

Если в проведении полного электромагнитного расчета нет необходимости, возможно выполнение любой его части.

В зависимости от требований точности вычислений параметров магнитного поля в КЭМ перед началом расчета на ЭВМ вводится набор входных кодов, которые задают ферромагнитный экран как линейный или нелинейный, шихтованный или сплошной. Расчеты магнитного поля в КЭМ могут выполняться с учетом или без учета влияния вихревых токов в ферромагнитном экране.

Второй уровень составляют программы, определяющие последовательность всего электромагнитного расчета КЭМ (рис. 3.11): ввод номинальных данных и основных размеров КЭМ (М-2-1); расчет плотностей поверхностных и объемных магнитных зарядов, а также плотностей вихревых токов в ферромагнитном экране методом последовательных приближений (М-2-2—М-2-11); поверочный электромагнитный расчет КЭМ (М-2-12—М-2-16).

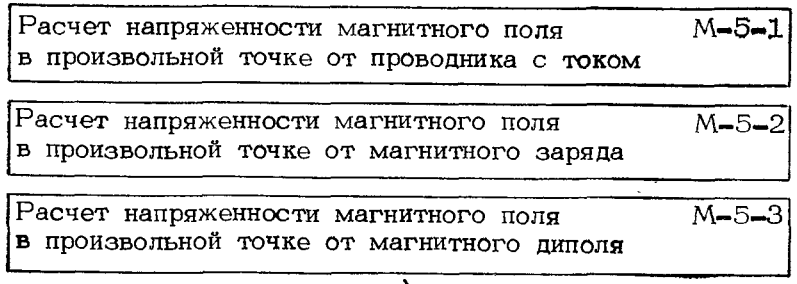


Рис. 3.12. Укрупненная схема программ:
а — третьего уровня; *б* — четвертого уровня; *в* — пятого уровня

Программы третьего уровня (рис. 3.12,*а*) осуществляют расчет распределения радиальной, азимутальной и аксиальной составляющих напряженности магнитного поля в различных зонах КЭМ.

В модуле М-3-1 определяются вихревые составляющие напряженности магнитного поля $\dot{H}^{в,к}$ и $\dot{H}^{в,э}$ на всей поверхности ферромагнитного экрана. Полученное их распределение используется для расчета правых частей интегрального уравнения (2.42). В результате расчета $\dot{H}^{в,к}$ на внутренней поверхности экрана вычисляется предварительное распределение относительной магнитной проницаемости в нем.

Вычисленные значения напряженностей магнитного поля в экране используются для расчетов: правых частей интегральных уравнений (2.43) и (2.44) (напряженности $\dot{H}^{в,к}$ и $\dot{H}^{в,э}$); плотности вихревых токов (напряженности $\dot{H}^{п}$ и $H^{в,к}$); распределения относительной магнитной проницаемости в экране (результирующая напряженность магнитного поля).

Распределение магнитного поля в зоне обмотки статора (М-3-3) применяется при расчете параметров обмотки статора.

Распределение магнитного поля в зоне индуктора (М-3-4) дает возможность определить максимальное значение индукции на поверхности обмотки возбуждения.

Кроме того, программы третьего уровня рассчитывают коэффициенты системы линейных уравнений, аппроксимирующих интегральные уравнения (2.42)—(2.44) магнитного поля (М-3-5), а также коэффициенты системы линейных уравнений (2.56) для расчета вихревых токов (М-3-6).

Программы четвертого уровня рассчитывают составляющие напряженности магнитного поля в произвольной точке (рис. 3.12,*б*).

В модуле М-4-1 определяется напряженность $\dot{H}^{в,к}$ для различных конфигураций обмотки полюса возбуждения. Расчет может производиться с учетом и без учета влияния соседних полюсов.

В модуле М-4-2 определяется напряженность $\dot{H}^{в,к}$ для различных конструкций обмоток статора. Основу модуля М-4-2 составляет программа расчета напряженности магнитного поля от секции обмотки статора.

В модуле М-4-3 определяется потенциальная составляющая напряженности магнитного поля $\dot{H}^{п}$ от магнитных зарядов. Вихревая составляющая напряженности магнитного поля от вихревых токов рассчитывается в модуле М-4-4. Модули М-4-3 и М-4-4 дают возможность производить расчеты для нескольких типов гладких поверхностей.

Программы пятого уровня (рис. 3.12,*в*) рассчитывают: составляющие вектора напряженности магнитного поля в заданной точке от произвольно расположенного в пространстве проводника с током 1 А (М-5-1), составляющие вектора $H^{п}$ в произвольной точке от магнитного

заряда (М-5-2) и диполя (М-5-3) с заданным расстоянием между магнитными зарядами. Программы этих модулей используют координаты точки, в которой рассчитывается поле, и координаты места расположения магнитных зарядов.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ КРИОГЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

4.1. Назначение и режимы работы системы криостатирования

Одним из важнейших элементов КЭМ является система криостатирования сверхпроводниковой обмотки индуктора при гелиевой температуре $T \approx 4 \div 5$ К.

Система криостатирования (криостат) в общем случае содержит теплообменник или заливную гелиевую ванну для поддержания рабочей температуры обмотки, экранно-вакуумную изоляцию, тепловые мосты или подвески и токовводы, обусловливающие тепловую связь объекта криостатирования (индуктора) с окружающим пространством. Криостат связан с внешней системой криообеспечения (СКО) посредством устройства для подачи гелия.

Установившийся режим работы криостата при рабочей температуре сверхпроводниковой обмотки, неизменных температурах других элементов криостата, а также постоянных тепловых потоках и расходе гелия называется режимом криостатирования. При длительной работе КЭМ в номинальном режиме энергетические затраты определяются необходимой производительностью СКО, обеспечивающей расход гелия в режиме криостатирования. Этот расход служит основной характеристикой любого криостата наряду с температурой криостатирования. Температура криостатирования и расход гелия могут быть взаимосвязанными или независимыми параметрами. Обычно температура задается, тогда в задачи теплового расчета режима криостатирования входят определение расхода гелия и расчет температурного поля криостата, а также исследование конструктивных и теплофизических факторов с целью создания криостата с наименьшим расходом.

Режиму криостатирования всегда предшествует существенно нестационарный режим захолаживания, в котором объект криостатирования охлаждается от температуры окружающего пространства до рабочей температуры, а также

устанавливаются температуры конструктивных элементов. Временем захолаживания называется период с момента поступления криоагента в криостат до получения рабочей температуры на объекте криостатирования. Наряду с временем захолаживания этот режим характеризуется расходом криоагента, полным требующимся количеством криоагента и скоростью захолаживания. Захолаживание можно производить при постоянном или переменном во времени расходе криоагента. В зависимости от технических требований тепловой расчет режима захолаживания может включать задачи поиска режимов с минимальным полным расходом криоагента, с минимальным временем или с заданной скоростью захолаживания объекта криостатирования.

Наиболее эффективным средством снижения расхода гелия в режиме криостатирования, а также сокращения времени захолаживания криостата служит частичное или полное использование холода выходящих паров гелия для промежуточного охлаждения тепловых экранов, подвесок и токовводов. Криостаты с охлаждаемыми элементами теплоизоляции широко используются в разработках и моделях КЭМ [4.1, 4.5].

4.2. Описание системы криостатировввния с помощью тепловой схемы

Для проведения теплового расчета на основании конструктивной схемы криостата составляется тепловая схема замещения. Тепловая схема учитывает количество и характер конструктивных элементов, последовательность и взаимное соединение элементов и охлаждающих газовых потоков, наличие и место источников тепловыделения или теплоподвода. Обязательными элементами тепловой схемы являются граничные изотермические зоны с заданными температурами: зона криостатирования и зона комнатных температур.

В качестве элементов тепловой схемы могут использоваться термические сопротивления, охлаждаемые тепловые мосты, изотермические экраны, охлаждаемые и неохлаждаемые токовводы и др.[1]. Места соединений элементов служат узловыми точками схемы, температуры, в которых характеризуют стационарное температурное поле криостата. На этапе составления тепловой схемы криостата принимаются обоснованные допущения, позволяющие ограничить число элементов, связей и узловых точек и упростить дальнейший расчет. Если схема может

[1] Для расчета нестационарных режимов требуется вводить в схему замещения также теплоемкости. (*Прим. ред.*)

быть разбита на ряд параллельных несвязанных (или слабосвязанных) ветвей, соединяющих зону криостатирования с зоной температур порядка 300 К, теплоприток по каждой ветви можно рассчитывать отдельно. В случае многосвязной тепловой схемы необходимо совместно решать уравнения, описывающие распределение температур и потоков теплоты в элементах, что также возможно для сравнительно простых расчетных моделей охлаждаемых объектов [4.3]. При наличии разветвлений газового потока и отсутствии внешнего управления распределением расходов в параллельных трактах с различной тепловой нагрузкой тепловой расчет необходимо выполнять совместно с гидравлическим расчетом, учитывающим распределение потока по трактам.

Охлаждение элементов теплоизоляции осуществляется: полным расходом гелия (режим самоиспаряемости), если нет других источников теплопритоков к гелию, кроме элементов криостата; расходом меньше полного, если часть газа перепускается непосредственно на выход из криостата, или больше полного. В последнем случае в криостат поступает гелий, частично испарившийся в системе подачи.

4.3. Методы расчета режимов криостатирования

Рассмотрим некоторые методы решения сопряженной задачи теплопроводности для одномерного стержня, обдуваемого по поверхности газом. С помощью этой простой модели приближенно рассчитывают теплопритоки по таким конструктивным элементам, как горловины криостатов, силовые опоры, подвески и валы, которые в дальнейшем будем называть охлаждаемыми тепловыми мостами.

Расчет охлаждаемого теплового моста аналитическими и численными методами достаточно широко представлен в [4.2—4.6]. Учитывались различные граничные условия и различные аппроксимации температурных зависимостей для свойств материалов. Интенсивность теплосъема с поверхности обдува описывалась в приближении идеального теплообмена, применялись эффективные коэффициенты использования холода паров и допускалось приближение конечного теплообмена с заданным коэффициентом теплоотдачи или с этим коэффициентом, рассчитываемым из критериальных зависимостей теории теплопередачи [4.15, 4.14].

Вопросы теплопередачи в сосудах и криостатах с использованием холода паров криогенных жидкостей наиболее подробно рассмотрены в [4.11].

Стационарный процесс в одномерном охлаждаемом

тепловом мосте описывается уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &\lambda S\frac{d^2T}{dx^2}-\alpha P(T-t)+q=0;\\ &\alpha P(T-t)-mc_p\frac{dt}{dx}=0,\end{aligned}\right\}\qquad(4.1)$$

где c_p и m — удельная теплоемкость и массовый расход газа.

В системе (4.1) в общем случае коэффициент теплопроводности материала моста λ, коэффициент теплоотдачи α и линейная плотность тепловых источников q зависят от температуры стенки моста T или температуры газа t. Площадь поперечного сечения S и обдуваемый периметр моста P, а также q могут зависеть от координаты x. Таким образом, сопряженная задача теплопроводности нелинейна и может быть решена только численными методами.

Для исследования главных закономерностей процесса целесообразны допущения, которые позволяют решить задачу аналитически. Пусть все коэффициенты системы (4.1) не зависят от температуры и от координаты моста, а тепловые источники отсутствуют. В этом случае (4.1) легко преобразуется в систему трех дифференциальных уравнений первого порядка относительно неизвестных температур T, t и вспомогательной переменной $T'(x_*)=T_1$ (штрихом отмечены производные по безразмерной координате $x_*=x/L$):

$$\left.\begin{aligned} &T'=T_1;\\ &T_1'=\beta_1(T-t);\\ &t'=\delta(T-t),\end{aligned}\right\}\qquad(4.2)$$

где $\beta_1=\alpha L^2P/\lambda S$; $\delta=\alpha PL/mc_p$ — безразмерные коэффициенты; T, T_1, t — температуры; L — длина моста.

Система (4.2) имеет аналитическое решение в виде суммы экспонент

$$\left.\begin{aligned} &T(x_*)=A_1e^{r_1x_*}+A_2e^{r_2x_*}+A_3e^{r_3x_*};\\ &T_1(x_*)=B_1e^{r_1x_*}+B_2e^{r_2x_*}+B_3e^{r_3x_*};\\ &t(x_*)=C_1e^{r_1x_*}+C_2e^{r_2x_*}+C_3e^{r_3x_*},\end{aligned}\right\}\qquad(4.3)$$

где A_i, B_i, C_i — постоянные ($i=1, 2, 3$); r_i — показатели степени, удовлетворяющие характеристическому уравнению

$$r(r^2+\delta r-\beta_1)=0,\qquad(4.4)$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} &r_1=0;\\ &r_2=-\delta/2+\sqrt{(\delta/2)^2+\beta_1}>0;\\ &r_3=-\delta/2-\sqrt{(\delta/2)^2+\beta_1}<0.\end{aligned}\right\}\qquad(4.5)$$

Подстановка (4.3) в (4.2) и использование граничных условий на холодном конце $x=0$ для температур $T(0)=t(0)=T_c$ и на теплом конце $T(1)=T_0$ позволяют найти тепловой поток на холодном конце (входе) и температуру газа на теплом конце моста (выходе):

$$\left.\begin{aligned} &t(1)=T_c+(d/a)(T_0-T_c);\\ &Q(0)=(\lambda S/La)(T_0-T_c),\end{aligned}\right\}\qquad(4.6)$$

где

$$\left.\begin{aligned} &a=[r_2^2(1-e^{r_3})+r_3^2(e^{r_2}-1)]/r_2r_3(r_3-r_2);\\ &d=a+(e^{r_2}-e^{r_3})/(r_3-r_2).\end{aligned}\right\}\qquad(4.7)$$

Если бы тот же тепловой мост не охлаждался газом, тепловой поток через него определялся бы по уравнению Фурье:

$$Q_0=(\lambda S/L)(T_0-T_c).\qquad(4.8)$$

Таким образом, коэффициент

$$a=Q_0/Q(0)\qquad(4.9)$$

показывает, во сколько раз снижается теплоприток по мосту при обдуве его выходящим паром по всей длине, причем $a=a(m, \alpha, S, P, L)$.

При сильном увеличении расхода ($\delta\to0$)

$$\lim_{m\to\infty}a=\left(e^{\sqrt{\beta_1}}-e^{-\sqrt{\beta_1}}\right)/2\sqrt{\beta_1}.\qquad(4.10)$$

Задача существенно упрощается, если достаточно велики коэффициент теплопередачи или омываемый периметр моста либо их произведение αP, характеризующее интенсивность теплосъема. В этом случае идеального теплообмена ($\beta_1\gg1$) можно допустить равенство температур стенки теплового моста и газа в любом сечении и система (4.1) превращается в одно уравнение

$$\lambda S\frac{d^2T}{dx^2}-mc_p\frac{dT}{dx}+q=0.\qquad(4.11)$$

Общее решение (4.11) имеет вид

$$T(x)=Be^{mc_px/\lambda S}+qx/mc_p+C.\qquad(4.12)$$

Постоянные B, C определяются из граничных условий первого рода

$$T(0)=T_c,\quad T(L)=T_0. \tag{4.13}$$

Распределение температур в тепловом мосте с постоянной плотностью тепловых источников получается в виде

$$T(x)=(T_0-T_c-D)\,e^{mc_pRx/L}/(e^{mc_pR}-1)+Dx+$$
$$+(T_ce^{mc_pR}-T_0+D)/(e^{mc_pR}-1), \tag{4.14}$$

где $D=q/mc_p$, $R=L/\lambda S$.

Тепловой поток через холодный конец

$$Q(0)=mc_p(T_0-T_c-D)/(e^{mc_pR}-1)+D/R. \tag{4.15}$$

В случае отсутствия тепловых источников или при теплоизолированной боковой поверхности моста будет

$$Q(0)=mc_p(T_0-T_c)/(e^{mc_pR}-1), \tag{4.16}$$

$$a_0=Q_0/Q(0)=(e^{mc_pR}-1)/mc_pR, \tag{4.17}$$

что совпадает с известной формулой, полученной Хоггом.

Аналитическими методами можно решить задачи и при более сложной постановке, например с учетом равномерного ($q=\text{const}$) или линейно зависящего от температуры ($q=kT$) бокового теплопритока, а также при линейной или квадратичной температурной зависимости коэффициента теплопроводности $\lambda=\lambda(T)$.

Остановимся теперь на дополнительных условиях, влияющих на расход гелия. Из полученных выражений (4.6), (4.9), (4.15), (4.16) для теплопритока по охлаждаемому тепловому мосту следует, что с помощью достаточно большого расхода этот теплоприток может быть полностью снят газом. Однако расход в криостате связан с теплопритоком $Q(0)$ уравнением баланса испарения

$$Q(0)+Q_{\text{доп}}=m_Lc_L, \tag{4.18}$$

где c_L — удельная теплота парообразования; $Q_{\text{доп}}$ — дополнительный теплоприток от других источников; m_L — испаряемый расход гелия.

Кроме того, обычно только часть испаряемого криоагента может по конструктивным соображениям использоваться для охлаждения теплового моста, поэтому возможности увеличения расхода ограничены. Для охлаждения теплового моста характерен режим самообеспечения, когда тепловой мост охлаждается испаряемым (собственным) расходом

$$m=Q(0)/c_L. \tag{4.19}$$

Для случая идеального теплообмена собственный расход

$$m=\frac{S}{L}\left\{\frac{\lambda}{c_p}\ln\left[\frac{c_p}{c_L}(T_0-T_c)+1\right]\right\}=K\frac{S}{L}. \tag{4.20}$$

Для силового вала постоянного сечения из нержавеющей стали с $T_0=300$ К, $T_c=4{,}2$ К коэффициент $K=0{,}006$ кг/(м·с) получен с учетом температурной зависимости коэффициента $\lambda(T)$ методом численного интегрирования [4.1].

Из сравнения собственного расхода идеально охлаждаемого теплового моста с расходом, испаряемым этим же мостом без охлаждения, следует, что достаточно хорошее охлаждение снижает теплоприток в 20—30 раз.

4.4. Расчетная модель криостатов с охлаждаемыми тепловыми мостами и экранами

Рассмотрим метод расчета произвольной тепловой схемы криостата, содержащей охлаждаемые тепловые мосты и экраны. В основе метода лежит использование решения задачи теплопроводности для одномерного теплового моста (см. § 4.3) в приближении конечного теплообмена с газом, учитываемого функциональной связью температур теплого конца с температурами и тепловым потоком холодного конца теплового моста.

Для теплового моста с постоянным боковым теплопритоком, описываемого системой (4.1), уравнения связи линейны относительно температур и потоков:

$$\left.\begin{aligned}T(1)&=t(0)+Q(0)\,a+[T(0)-t(0)]\,b+TD;\\ t(1)&=t(0)+Q(0)\,d+[T(0)-t(0)]\,g+TMD.\end{aligned}\right\} \tag{4.21}$$

Функции a, b, d, g, TD, TMD корней характеристического уравнения (4.4) r_2, r_3 содержат $\exp(r_2)$, $\exp(r_3)$, а TD и TMD зависят от q; параметры $T(0)$, $t(0)$, $Q(0)$ отражают условия на холодном конце, а $T(1)$, $t(1)$ — на теплом.

Если несколько охлаждаемых тепловых мостов соединены последовательно, то в местах их соединения (узловых точках тепловой схемы) можно записать условия непрерывности температуры:

$$\left.\begin{aligned}T_i(1)&=T_{i+1}(0),\\ t_i(1)&=t_{i+1}(0).\end{aligned}\right\} \tag{4.22}$$

Пусть номера узловых точек совпадают с номерами тепловых мостов, для которых эти точки являются теплыми концами, тогда для последовательной цепи из трех

тепловых мостов, соединяющих граничные зоны с температурами T_c и T_0, справедливы алгебраические уравнения связи

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= T_c + Q_1 d_1 + TMD_1; \\ T_1 &= T_c + Q_1 a_1 + TD_1, \\ t_2 &= t_1 + Q_2 d_2 + (T_1 - t_1) g_2 + TMD_2, \\ T_2 &= t_1 + Q_2 a_2 + (T_1 - t_1) b_2 + TD_2, \\ t_3 &= t_2 + Q_3 d_3 + (T_2 - t_2) g_3 + TMD_3, \\ T_0 &= t_2 + Q_3 a_3 + (T_2 - t_2) b_3 + TD_3. \end{aligned}\right\} \quad (4.23)$$

Запишем еще уравнения теплового баланса для первого и второго мостов:

$$\left.\begin{aligned} Q_3 - Q_2 + q_2 L_2 &= mc_p (t_2 - t_1), \\ Q_2 - Q_1 + q_1 L_1 &= mc_p (t_1 - T_c). \end{aligned}\right\} \quad (4.24)$$

Системы (4.23) и (4.24) включают восемь уравнений, которые соответствуют исходной тепловой схеме и содержат восемь неизвестных: температуры стенки $T_{1,2}$ и газа $t_{1,2,3}$, а также тепловые потоки $Q_{1,2,3}$, проходящие через холодное сечение каждого из трех тепловых мостов.

Таким образом, из решения (4.23), (4.24) определяются тепловой поток Q_1, проходящий в зону криостатирования, и температуры в узловых точках криостата.

В общем случае тепловая схема кроме охлаждаемых тепловых мостов содержит экраны и термические сопротивления. Следующие дополнительные допущения позволяют описывать любую тепловую схему системой линейных алгебраических уравнений: тепловой экран, охлаждаемый газом, всюду имеет температуру своей наиболее теплой точки, а температура экрана, охлаждаемого газом, равна температуре выходящего газа; заданы расход криоагента и его распределение в месте разветвления газового потока; постоянны все коэффициенты и боковые тепловые потоки за счет излучения.

Для учета в уравнениях (4.23), (4.24) температурных зависимостей теплофизических коэффициентов и теплообмена излучением необходим итерационный вычислительный процесс.

На каждом шаге итерации полученные распределения тепловых потоков и поля температур (для узловых точек схемы) используются в целях уточнения коэффициентов уравнений. Процесс расчета температурного поля криостата при заданном значении расхода заканчивается, когда температуры на двух последних шагах итерации совпадают с заданной степенью точности.

Описанный расчетный метод реализован авторами в виде ФОРТРАН-программы для вычислений на ЭВМ. Программа состоит из управляющей программы и набора подпрограмм, осуществляющих:

1) ввод исходных данных с шифром тепловой схемы криостата;

2) усреднение теплофизических коэффициентов, зависящих от температуры;

3) расчет параметров отдельного охлаждаемого теплового моста;

4) расчет заданной тепловой схемы, включающий вычисление коэффициентов алгебраической системы уравнений, решение системы методом Гаусса, вычисление дополнительной информации с использованием этого решения [1];

5) печать результатов.

Таким образом, можно расчетным путем получить зависимость теплопритока к зоне криостатирования от расхода газа, охлаждающего элементы криостата:

$$R(m) = Q_1 + \sum_{i=1}^{M} Q_{Si} + \sum_{k=1}^{N} Q_{Rk}, \quad (4.25)$$

где Q_1 — теплоприток по охлаждаемому тепловому мосту, граничащему с зоной криостатирования; $\sum_{i=1}^{M} Q_{Si}$ — суммарный теплоприток от M экранов, защищающих зону криостатирования от излучения корпуса; $\sum_{k=1}^{N} Q_{Rk}$ — суммарный теплоприток по N неохлаждаемым термическим сопротивлениям, граничащим с зоной криостатирования.

Обычно криостаты КЭМ рассчитываются для длительной работы с непрерывным поступлением криоагента от ожижителя через систему подачи.

На входе в криостат гелий имеет некоторое паросодержание вследствие частичной потери жидкой фазы в линии подачи. Если нет специальных конструктивных приспособлений, то испарившийся в линии подачи гелий покидает криостат тем же путем, что и гелий, испарившийся внутри криостата: через охлаждаемые мосты и экраны или через токоввод. В уравнении баланса испарения этот фактор можно учесть [4.5] с помощью дополнительного теплового источника $Q_{доп}$:

$$R(m) + Q_{доп} = mc_L$$

или с помощью коэффициента двухфазности (влагосодержания) $\varkappa < 1$:

$$R(m) = m\varkappa c_L.$$

[1] В настоящее время разработано пять таких подпрограмм, но возможно присоединение новых подпрограмм, составленных по подобному принципу.

Уравнение баланса испарения служит для определения расхода гелия, необходимого для криостатирования. Его можно решать либо графически по результатам серии расчетов для ряда значений в диапазоне, определенном из предварительных оценок, либо непосредственно в процессе машинного расчета численными методами секущих или золотого сечения с заданной степенью точности.

Однако упрощения, принятые при построении расчетной модели, неопределенность исходных данных, описывающих элементы криостата, и неточность граничных условий приводят к погрешностям в определении расхода и температурного поля. Поэтому решение уравнения баланса не требует большой точности. Следует заметить, что упрощения, принятые в расчетной модели, приводят к завышенным значениям теплопритока через элементы криостата и расхода гелия. Сравнением с расчетом по уточненной модели [4.2] для охлаждаемого теплового моста установлено приблизительно двойное завышение Q_1.

В качестве примера рассмотрим анализ криостата ротора (рис .4.1) модельного генератора, конструктивная

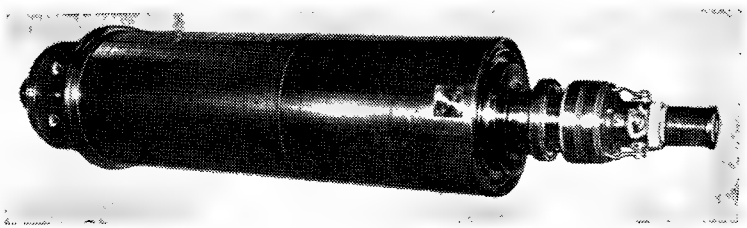


Рис. 4.1. Ротор модельного криогенератора

схема которого представлена на рис. 1.16. Как указано в гл. 1, теплоизоляция сверхпроводниковой магнитной системы ротора осуществлена с помощью высокого вакуума, теплового экрана и охлаждения токовводов и силовой конструкции (валов) выходящими парами гелия. Токовводы имеют отдельный газовый тракт охлаждения с управляемым расходом. Полагаем, что в номинальном режиме через токовводы отводится газ, испаряемый только их теплопритоком, тогда тепловую схему криостата можно рассматривать независимо от токовводов. На рис. 4.2 показана тепловая схема для половины ротора модельного генератора. Учтены присоединение теплопроводящего экрана к охлаждаемому валу в промежуточной точке и

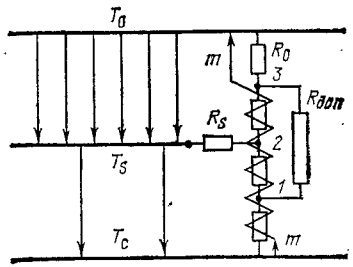


Рис. 4.2. Тепловая схема ротора с криостатом модельного генератора ε, αP, $P_{вак}$

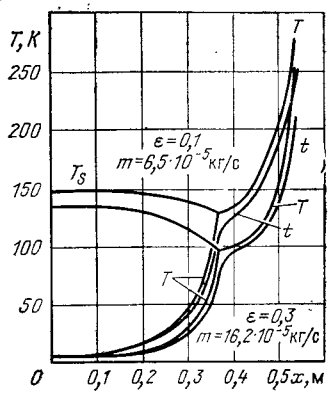


Рис. 4.3. Распределение (поле) температуры в криостате ротора

наличие теплового контакта охлаждаемого вала с трубой возврата теплого газа. Вал ротора представлен тремя охлаждаемыми участками (тепловыми мостами) и одним неохлаждаемым участком (термическим сопротивлением R_0). Торцевой и цилиндрический экраны вместе с деталями крепления их на валу в узловой точке *2* представлены на схеме как один изотермический экран с температурой T_S и термическим сопротивлением R_S. Тепловой контакт трубы возврата теплого газа с валом в точке *1* учтен связью через дополнительное термическое сопротивление $R_{доп}$ между точками *1* и *3*.

При подготовке исходных данных для теплового расчета использовались конструктивные параметры, информация по свойствам материалов из [4.14], а также предварительные значения температуры элементов, необходимые для вычисления всех зависящих от нее коэффициентов на первом шаге итераций.

В табл. 4.1 записаны основные исходные параметры для расчета тепловой схемы рис. 4.2. Коэффициенты теплоотдачи $\alpha_{1,2,3}$ вычислялись внутри программы по критериальным формулам в зависимости от температуры и расхода газа в теплообменниках тепловых мостов и геометрии тракта [4.12]; теплофизические свойства газа и нержавеющей стали [4.14] аппроксимировались следующими функциями:

$$\lambda_{нерж}(T) = 20\ T/(T+100)\ \text{Вт/(м·К)},$$

$$\lambda_{He}(t) = 0{,}144\ (T/273)^{0{,}65}\ \text{Вт/(м·К)},$$

$$\eta_{He}(t) = 5{,}023\cdot 10^{-5}\ T^{0{,}647}\ \text{кг/(м·с)}.$$

Таблица 4.1. **Исходные параметры для расчета тепловой схемы модельного генератора**

Параметры	Символы	Значения
Длины тепловых мостов	L_1	0,15 м
	L_0	0,17 м
	L_3	0,17 м
Сечения тепловых мостов	S_1	0,003 м²
	S_2	0,003 м³
	S_3	0,003 м²
Омываемые периметры тепловых мостов	P_1	0,655 м
	P_2	1,04 м
	P_3	0,93 м
Проходные сечения каналов	F_1	$3\cdot10^{-5}$ м²
	F_2	$3\cdot10^{-5}$ м²
	F_3	$3\cdot10^{-5}$ м²
Гидравлические диаметры каналов	D_1	$3{,}53\cdot10^{-5}$ м
	D_2	$3{,}53\cdot10^{-3}$ м
	D_3	$3{,}53\cdot10^{-3}$ м
Поверхность		
зоны криостатирования	A_c	0,304 м²
теплового экрана	A_s	0,46 м²
Термическое сопротивление:		
экрана	R_s	0,6 К/Вт
неохлаждаемого участка теплового моста	R_0	0,4 К/Вт
соединения с линией выхода теплого газа	$R_{доп}$	1400 К/Вт

Система алгебраических уравнений состоит из шести уравнений связи (4.23) и четырех уравнений теплового баланса

$$\left.\begin{aligned}
&Q_0+(T_0-T_s)/R_0+Q_{03}-(t_3-T_1)/R_{доп}-Q_3=\\
&\qquad\qquad =mc_p(t_3-t_2),\\
&Q_3+(T_s-T_2)/R_s-Q_2-Q_{2c}=mc_p(t_2-t_1),\\
&Q_2+(t_3-T_1)/R_{доп}-Q_1-Q_{1c}=mc_p(t_1-T_c),\\
&Q_{0s}-Q_{sc}-(T_s-T_2)/R_s=0,
\end{aligned}\right\}\qquad(4.26)$$

где T_s, T_i, t_i, Q_i ($i=1, 2, 3$) — неизвестные температуры и тепловые потоки; Q_{03}, Q_{2c}, Q_{1c}, Q_{0s}, Q_{sc} — тепловые потоки вследствие излучения и остаточных газов (между элементами с соответствующими индексами), вычисляемые как функции температур; a_i, d_i, b_i, g_i, TD_i, TMD_i — коэффициенты, тоже вычисляемые как функции температур.

Теплоприток в зону криостатирования

$$R=Q_1+Q_{1c}+Q_{2c}+Q_{sc}+Q_{доп}.\qquad(4.27)$$

Система (4.26) из десяти алгебраических уравнений относительно десяти неизвестных температур и тепловых потоков описывает тепловое состояние криостата, замещенного тепловой схемой рис. 4.2.

Программа теплового расчета криостата ротора для заданной последовательности значений расходов вычисляет суммарный теплоприток в зону криостатирования $R(m)$, температурное поле криостата в виде набора температур стенок и газа в узловых точках схемы T_i, t_i, а также тепловые потоки, проходящие за счет теплопроводности и излучения к элементам криостата из окружающего его пространства с $T\approx300$ К. На рис. 4.3 показано распределение температуры в криостате ротора модельного генератора. Анализ расчетных данных показал, что при значениях приведенного коэффициента теплового излучения $\varepsilon\geqslant0{,}1$ теплоприток в зону криостатирования определяется в основном излучением со стороны теплового экрана. Теплоприток от экрана и дополнительный теплоприток в системе подачи гелия $Q_{доп}\simeq3$ Вт испаряют криоагент, достаточный для практически полного съема теплопритока по валу ротора выходящим газом, так что $Q_1\simeq0$. В расчетном диапазоне параметра теплосъема αP температуры газа и стенок охлаждаемого вала отличаются незначительно, что свидетельствует о хорошем качестве теплообменников. В данной тепловой схеме теплообменники вала служат не только для снятия теплопритока, поступающего от корпуса вследствие теплопроводности вала, но и для снижения температуры теплового экрана. Температура экрана и связанный с ней суммарный теплоприток существенно зависят от параметра теплообмена αP и от термического сопротивления экрана R_s. Исследования показали, что пятикратное уменьшение αP или увеличение R_s (например, за счет контактного сопротивления в вакууме в месте крепления экрана на валу) может обусловить возрастание расхода в режиме криостатирования в несколько раз. Такие же последствия имеет и увеличение коэффициента теплового излучения поверхностей экрана и зоны криостатирования до $\varepsilon\simeq0{,}3$ за счет механической обработки, масляного загрязнения в процессе вакуумирования или криоосадков.

Соответствующие зависимости проиллюстрированы на рис. 4.4. Кроме того, необходимо заметить, что при боль-

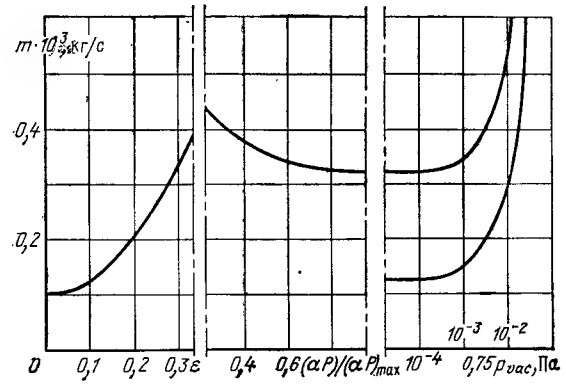


Рис. 4.4. Зависимость расхода гелия от теплофизических параметров

ших расходах газа холодная часть вала переохлаждается до температур, близких к точке кипения гелия (рис. 4.3). Влияние перетока теплоты через сопротивление $R_{доп}$ для рассматриваемой конструкции незначительно.

Вакуумное состояние криостата ротора служит важнейшим фактором, определяющим его работоспособность. Влияние теплопроводности по остаточным газам начинает сказываться при остаточном давлении $p_{vac} \approx 6{,}5 \cdot 10^{-3}$ Па. Поскольку этот теплоприток пропорционален остаточному давлению, при $p_{vac} = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ Па необходимый расход гелия в криостате может возрасти до $m \approx 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/с (рис. 4.4).

4.5. Расчетная модель криостата с совместным охлаждением подвесок, экранов и токовводов

В отличие от случаев независимого охлаждения токовводов рассмотрим тепловой расчет криостата с единым газовым потоком, одновременно охлаждающим токовводы, экраны и силовую конструкцию [4.15].

При одномерной постановке стационарной задачи теплопроводности для двух охлаждаемых элементов с учетом неидеальности теплообмена с газом и зависимости теплофизических свойств материалов и газа от температуры справедлива система дифференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_1 S_1 \frac{d^2T_1}{dx^2} - \alpha_1 P_1 (T_1 - t) + C_1 T_{0s}^4 = 0; \\ &\lambda_2 S_2 \frac{d^2T_2}{dx^2} - \alpha_2 P_2 (T_2 - t) + \frac{\rho_0 T_2 I^2}{S_2} = 0; \\ &\alpha_1 P_1 (T_1 - t) + \alpha_2 P_2 (T_2 - t) - mc_p \frac{dt}{dx} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (4.28)$$

Здесь и далее индекс 1 относится к теплопроводу, а индекс 2 — к токовводу. Последнее слагаемое в первом уравнении (4.28) выражает теплоподвод излучением к поверхности теплопровода со стороны экрана с температурой T_{0s}, а во втором уравнении — джоулево тепловыделение в токовводе с током I в приближении линейной температурной зависимости удельного электрического сопротивления

$$\rho = \rho_0 T_2, \text{ где } \rho_0 = (0{,}5 \div 0{,}7) \cdot 10^{-10} \text{ Ом·м/К}.$$

Для задания граничных условий обратимся к тепловой схеме (рис. 4.5,*а*), на которой показаны связь теплопровода *1* и токоввода *2* с зонами температур T_c и T_0, их совместное охлаждение газом с расходом m, подсоединение экрана с температурой T_s к теплопроводу и наличие внешнего теплового экрана с температурой T_{0s}. Точки 0, L обозначают границы общего охлаждаемого участка элементов *1* и *2*.

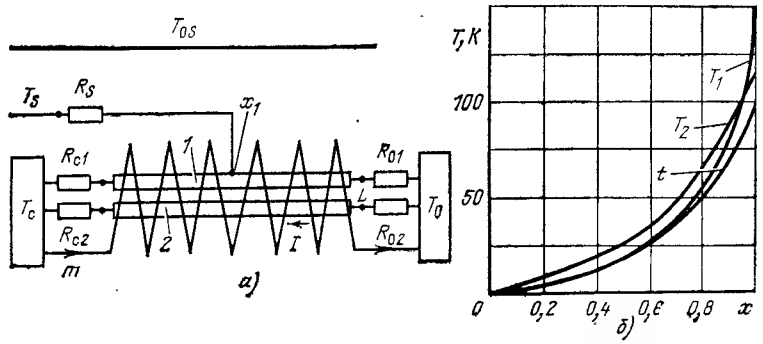


Рис. 4.5. Тепловая схема и распределение температур для токоввода

В общем случае граничные условия можно записать в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} &R_{c1}\left(\lambda_1 S_1 \frac{dT_1}{dx}\right)_{x=0} = T_1(0) - T_c, \\ &R_{c2}\left(\lambda_2 S_2 \frac{dT_2}{dx}\right)_{x=0} = T_2(0) - T_c, \\ &0 = t(0) - T_c, \\ &-R_{01}\left(\lambda_1 S_1 \frac{dT_1}{dx}\right)_{x=L} + R_{01} Q_0 = T_1(L) - T_0, \\ &-R_{02}\left(\lambda_2 S_2 \frac{dT_2}{dx}\right)_{x=L} + R_{02} Q_{доп} = T_2(L) - T_0, \end{aligned}\right\} \quad (4.29)$$

где Q_0 и $Q_{доп}$ — тепловыделения в неохлаждаемых термических сопротивлениях.

Если в какой-либо промежуточной точке $0<x_1<L$ теплопровод через термическое сопротивление R_s имеет связь с экраном неизвестной температуры T_s, то для этой точки должны быть записаны три условия сопряжения: непрерывности температур в точке x_1, непрерывности теплового потока в токовводе и условие сложения тепловых потоков в теплопроводе при добавлении теплопритока с экрана:

$$\left.\begin{aligned}
&T_1|_{x=x_1-0}=T_1|_{x=x_1+0},\\
&T_2|_{x=x_1-0}=T_2|_{x=x_1+0},\\
&t|_{x=x_1-0}=t|_{x=x_1+0},\\
&\lambda_2 S_2\frac{dT_2}{dx}\Big|_{x=x_1-0}=\lambda_2 S_2\frac{dT_2}{dx}\Big|_{x_1+0},\\
&\frac{1}{R_s}[T_s-T_1(x_1)]+\lambda_1 S_1\frac{dT_1}{dx}\Big|_{x=x_1-0}-\\
&\qquad-\lambda_1 S_1\frac{dT_1}{dx}\Big|_{x=x_1+0}=0.
\end{aligned}\right\}\qquad(4.30)$$

Чтобы исключить T_s из последнего уравнения системы (4.30), используем линеаризованное уравнение теплового баланса для экрана

$$C_s T_{кs}^4-\frac{1}{R_s}[T_s-T_1(x_1)]=0,\qquad(4.31)$$

где $C_s=\sigma\varepsilon_s A_s$; A_s, ε_s — площадь и коэффициент лучеиспускания экрана; σ — постоянная Стефана — Больцмана.

Преобразуя систему (4.28) для решения с помощью численных методов, имеем

$$\left.\begin{aligned}
&dz_1/dx=\alpha_1(z_5)P_1L(z_3-z_5)-C_T T_{кs}^4,\\
&dz_2/dx=\alpha_2(z_5)P_2L(z_4-z_5)-\rho_0 I^2 L z_4/S_2,\\
&dz_3/dx=Lz_1/\lambda_1(z_3)S_1,\\
&dz_4/dx=Lz_2/\lambda_2(z_4)S_2,\\
&dz_5/dx=\alpha_1(z_5)P_1L(z_3-z_5)/mc_p+\\
&\quad+\alpha_2(z_5)P_2L(z_4-z_5)/mc_p,
\end{aligned}\right\}\qquad(4.32)$$

где z_1, z_2 — тепловые потоки по теплопроводу и токовводу; z_3, z_4, z_5 — температуры теплопровода, токоввода и криоагента; $x\subset[0,\ 1]$—безразмерная координата $x_*=x/L$.

Граничные условия (4.29) принимают следующий вид:

на холодном конце ($x_*=0$)

$$\left.\begin{aligned}
z_3(0)-R_{c1}z_1(0)&=T_c,\\
z_4(0)-R_{c2}z_2(0)&=T_c,\\
z_5(0)&=T_c;
\end{aligned}\right\}\qquad(4.33)$$

на теплом конце ($x_*=1$)

$$\left.\begin{aligned}
z_3(1)+R_{01}z_1(1)&=T_к+Q_0R_{01},\\
z_4(1)+R_{02}z_2(1)&=T_к+Q_{доп}R_{01}.
\end{aligned}\right\}\qquad(4.34)$$

В рассматриваемых криостатах КЭМ расход криоагента определяется суммарным теплопритоком к холодной зоне. Поэтому дополнительным условием для нахождения расхода криоагента служит уравнение баланса испарения в холодной зоне

$$m\varkappa c_L=z_1(0)+z_2(0)+Q_{доп}=Q_\Sigma,\qquad(4.35)$$

где Q_Σ — суммарный теплоприток в холодную зону криостата.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4.32) зависит от параметра m.

Для решения (4.32) граничные условия (4.33) и (4.34), заданные на различных концах отрезка изменения x_*, необходимо свести в одну точку. Рассмотрим метод переноса, записав (4.32) и (4.33) в матричной форме:

$$\dot{z}=\mathbf{A}z+\mathbf{f};\qquad(4.36)$$

$$\mathbf{P}^т z(0)=\alpha_0,\qquad(4.37)$$

где $\mathbf{A}$, f — матрица коэффициентов и столбец свободных членов (4.32); α_0 — некоторый k-мерный вектор (в данном случае $k=3$); $\mathbf{P}^т$ — транспонированная матрица к матрице $\mathbf{P}=\|p_{ji}\|$ $(i=1,\ldots,k;\ j=1,\ldots,n)$, т. е. $P^т_{ij}=P_{ji}$.

В общем случае $\mathbf{P}$ — прямоугольная $(n\times k)$-матрица. Для условий (4.33)

$$\mathbf{P}^т=\begin{Vmatrix}-R_{c1} & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -R_{c2} & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{Vmatrix}.$$

По методу А. А. Абрамова условие (4.37) считается перенесенным из точки $x_*=0$ в произвольную точку $x_*=x_0$, если независимо от z можно так определить матрицу $\mathbf{G}(x_*)$ и вектор $\alpha(x_*)$, обращающиеся при $x_*=0$ в $\mathbf{P}_т$ и α_0 соответственно, что при $x_*=x_0$ вектор-функция $z(x_*)$ удовлетворяет условиям

$$\mathbf{G}(x_0)\,\boldsymbol{z}(x_0)=\alpha(x_0).$$

Будем искать матрицу $\mathbf{G}(x_*)$ в виде $\mathbf{G}(x_*)=\mathbf{M}(x_*)\times\times\mathbf{\Phi}(x_*)$, причем $\mathbf{\Phi}(x_*)$ — матрица размерности $(k\times n)$, удовлетворяющая уравнению

$$\dot{\mathbf{\Phi}}+\mathbf{A}\mathbf{\Phi}=0. \qquad (4.38)$$

Чтобы функции $\mathbf{G}(x_*)$ и $\mathbf{G}_{\text{т}}(x_*)x_*$, не возрастали слишком быстро, определим $(k\times k)$-матрицу $\mathbf{M}(x_*)$ с учетом условия

$$\frac{d}{dx_*}(\mathbf{G}\mathbf{G}^{\text{т}})=\dot{\mathbf{G}}\mathbf{G}^{\text{т}}+\mathbf{G}\dot{\mathbf{G}}^{\text{т}}=0. \qquad (4.39)$$

Согласно (4.38) производная от $\mathbf{G}(x_*)=\mathbf{M}(x_*)\mathbf{\Phi}(x_*)$ равна

$$\dot{\mathbf{G}}=\dot{\mathbf{M}}\mathbf{\Phi}-\mathbf{M}\mathbf{\Phi}\mathbf{A}=\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}-\mathbf{G}\mathbf{A}.$$

С учетом транспонирования $\dot{\mathbf{G}}$ находим

$$\dot{\mathbf{G}}^{\text{т}}=(\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G})^{\text{т}}-(\mathbf{G}\mathbf{A})^{\text{т}}=\mathbf{G}^{\text{т}}(\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1})^{\text{т}}-\mathbf{A}^{\text{т}}\mathbf{G}^{\text{т}}.$$

После преобразований вместо (4.39) получаем равенство

$$\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\text{т}}-\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{т}}+(\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\text{т}}-\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{т}})=0,$$

которое тождественно, если $\dot{\mathbf{M}}\mathbf{M}^{-1}=\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{т}}(\mathbf{G}\mathbf{G}^{\text{т}})^{-1}$. В итоге для вычисления матрицы $\mathbf{G}$ имеем уравнение

$$\dot{\mathbf{G}}=\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{т}}(\mathbf{G}\mathbf{G}^{*})^{-1}\mathbf{G}-\mathbf{G}\mathbf{A} \qquad (4.40)$$

с матричным начальным условием $\mathbf{G}(0)=\mathbf{P}^{\text{т}}$.

Аналогично предыдущему определяется вектор $\alpha(x_*)=\mathbf{G}(x_*)\boldsymbol{z}(x_*)$, для которого формируется дифференциальное уравнение

$$\dot{\alpha}=\mathbf{G}\dot{\boldsymbol{z}}+\dot{\mathbf{G}}\boldsymbol{z}.$$

Поскольку $\boldsymbol{z}(x_*)$ удовлетворяет (4.36), а $\mathbf{G}(x)$ — (4.40), то

$$\dot{\alpha}=\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{т}}(\mathbf{G}\mathbf{G}^{\text{т}})^{-1}\alpha+\mathbf{G}\boldsymbol{f}. \qquad (4.41)$$

Гарантирующая отсутствие быстрорастущих решений система уравнений (4.40), (4.41) для переноса граничных условий в произвольную точку отрезка используется при построении следующего алгоритма расчета температурного режима.

1. Определяется система узловых точек, в которых необходимо получить решение системы (4.32), и на отрезке $x_*\subset[0, 1]$ задается начальное распределение температур (функции z_3, z_4, z_5).

2. Задается начальное значение расхода газа m_0 и вычисляются все коэффициенты системы (4.32).

3. По методу А. А. Абрамова в точку $x_*=0$ переносятся все граничные условия и получается решение системы (4.32).

4. Анализируется уравнение баланса (4.35) с целью коррекции первоначально заданного расхода газа. Если функция $R=m\varkappa c_L-Q_\Sigma<0$, то m_0 увеличивают; если $R>0$, то m_0 уменьшают. В случае противоположных знаков у двух последовательных значений R для уточнения m применяют метод секущих. Значение m при $|R|\leqslant\varepsilon_R$ (ε_R — допустимая погрешность) служит начальным приближением, полученным при условии независимости теплофизических характеристик от температуры.

5. Для учета такой зависимости формируется итерационный процесс, на i-м шаге которого решается краевая задача для линейных уравнений. При этом коэффициенты вычисляются в каждой узловой точке по температуре на $(i-1)$-м шаге. Итерационный процесс заканчивается, когда $\max|z_5^{i}-z_5^{i-1}|\leqslant\varepsilon_{\text{итер}}$.

6. После получения решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (4.32) производится очередная корректировка расхода по методу секущих. Решение считается найденным, когда $|R|\leqslant\varepsilon_R$.

Описанный алгоритм реализован на языке ФОРТРАН, разработанные программы включают широкий спектр сервисных средств: оперативную выдачу хода расчетов на дисплей, возможность варьирования исходных данных в режиме диалога, представление результатов расчетов в виде графиков и т. п.

В качестве примера, иллюстрирующего итоги вычислений, на рис. 4.5,*б* приведены температурные поля для токоввода, помещенного в герметизирующую трубу-горловину из нержавеющей стали и охлаждаемого выходящим газообразным гелием (присоединенный экран отсутствует).

4.6. Расчет охлаждаемых токовводов

В большинстве работ, посвященных проектированию токовводов для сверхпроводниковых магнитных систем с газовым охлаждением, рассматриваются принципы оптимизации токовводов. Для их расчета в [4.7—4.10] привлекались модели идеального и конечного теплообмена с газом при постоянных или переменных теплофизических свойствах газа и материалов.

При анализе вводились всевозможные виды граничных условий, а также различные дополнительные условия для расхода. Например, не зависящий от вносимого теплопритока расход; самообеспечиваемый или собственный $m_{соб}$; оптимальный с точки зрения полных энергетических затрат; переменный по длине токоввода. Теоретически и экспериментально исследовались токовводы: из проводника постоянного или переменного сечения; составные (со сверхпроводниковым участком на холодном конце); кратковременного использования.

Основные варианты конструкций токовводов рассмотрены в [4.7]. С учетом экспериментальных исследований теоретически анализировались проблемы перегорания токовводов [4.9], устойчивости их теплового состояния и надежности.

Рассмотрим основные известные результаты, полученные для медных токовводов постоянного сечения. Неохлаждаемый токоввод, соединяющий зоны температур 4,2 и 300 К, обусловливает минимальный теплоприток к гелию, пропорциональный току, если геометрические размеры ввода удовлетворяют соотношению $IL/S=5\cdot10^6$ А/м. При этом удельный оптимальный теплоприток $Q_{opt}/I=0{,}0426$ Вт/А (на один ввод). Такой токоввод имеет распределение температур с нулевым градиентом на теплом конце. Токоввод называют оптимальным, поскольку в зону криостатирования поступает только тепловой поток, равный джоулеву тепловыделению в нем.

Для токовводов с идеальным охлаждением газом по всей длине в режиме самообеспечения, когда охлаждение происходит расходом газа $m=Q/c_L$, равным испаряемому, согласно [4.10] соответствующие коэффициенты составляют

$$Q_{opt}/I=0{,}000843 \text{ Вт/А}, \quad IL/S=1{,}82\cdot10^7 \text{ А/м} \qquad (4.42)$$

или согласно [4.8]

$$Q_{opt}/I=0{,}0012 \text{ Вт/А}, \quad IL/S=1{,}5\cdot10^7 \text{ А/м}. \qquad (4.43)$$

При этом температурный профиль также имеет нулевой градиент на теплом конце.

Рассмотрим влияние на теплоприток факторов дополнительного расхода m_0 в криостате (от других источников) и отклонения геометрических размеров от оптимальных. На рис. 4.6 в безразмерной форме показаны расчетные зависимости [4.10] теплопритока от расхода m_0/m_{opt} по параметру $(L/S)/(L/S)_{opt}$.

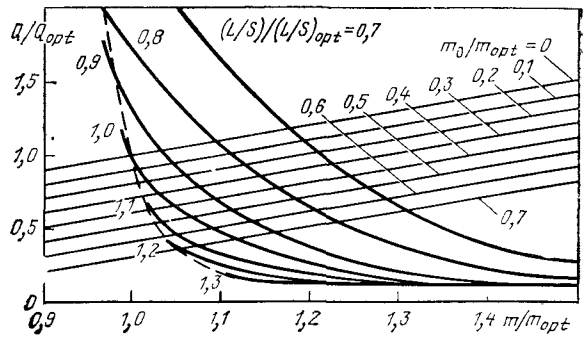


Рис. 4.6. Характеристики идеального охлаждения токовводов

Пунктирная линия, соединяющая концы кривых, соответствует границе стабильности токоввода, т. е. минимальным относительным расходам, для которых существует решение. Прямые m_0/m_{opt} характеризуют дополнительный расход в криостате, используемый для охлаждения токовводов, причем в режиме самообеспечения $m_0/m_{opt}=0$.

Если заданы ток через токоввод и дополнительный расход в криостате m_0, то из соотношений (4.41) можно найти Q_{opt}, $(L/S)_{opt}$ и $m_{opt}=Q_{opt}/c_L$. Вычислив m_0/m_{opt}, получим точку пересечения зависимостей m_0/m_{opt} и $(L/S)/(L/S)_{opt}=1$, координаты которой дают искомые относительные значения теплопритока и расхода. Из рис. 4.6, видно, что при $m_0\neq0$ теплоприток снижается, а полный расход за счет этого растет незначительно по сравнению с m_{opt}.

Если геометрические соотношения неоптимальны, например, $(L/S)/(L/S)_{opt}<1$, то теплоприток в режиме самообеспечения возрастает слабо: при $(L/S)/(L/S)_{opt}=0{,}7$ собственный расход увеличивается всего на 18 % ($m=1{,}18\,m_{opt}$). В противоположном случае, т. е. при $(L/S)/(L/S)_{opt}>1$, режим самообеспечения практически не может быть обеспечен, так как попадает за границу устойчивости. Этим токовводам необходимо охлаждение дополнительным расходом $m_0>0$. Например, для токоввода с $(L/S)/(L/S)_{opt}=1{,}3$ устойчивая область расходов начинается с $m=1{,}12\,m_{opt}$, причем почти весь расход должен обеспечиваться другими источниками, так как теплоприток по токовводу очень мал (около $0{,}2\,Q_{opt}$).

Аналогично поведение токовводов при несоответствии тока оптимальному значению.

На рис. 4.7 показаны зависимости относительных значений теплопритоков Q/Q_{opt} от нормированного тока I/I_{opt} для различных параметров m_0/m_{opt}. Оптимальный

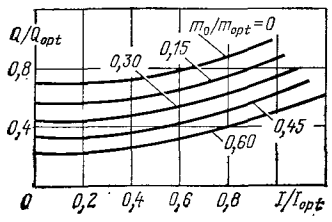


Рис. 4.7. Зависимость теплопритока от тока для идеального охлаждаемого токоввода оптимальной геометрии

токоввод в режиме самообеспечения без тока ($m_0=0$, $I=0$) вносит теплоприток $Q\simeq 0{,}7\,Q_{opt}$, с ростом дополнительного расхода m_0 это значение уменьшается. Возможность превышения током значения I_{opt} также зависит от m_0. Оптимальный токоввод в режиме самообеспечения практически находится на границе устойчивости, работа при $I>I_{opt}$ невозможна. Если $I\approx 1{,}1\,I_{opt}$, требуется дополнительный расход $m_0\geqslant 0{,}5\,m_{opt}$. Заметим, что кривые рис. 4.7 удовлетворяют соотношению $m=m_0+Q/c_L$, поэтому в действительности расход через токоввод меняется при изменении тока.

Поскольку оптимизированные токовводы работают сравнительно близко к тепловому срыву, важно знать временные постоянные этого процесса при потере расхода. Дифференциальное уравнение процесса имеет вид

$$L^2 c_{\text{м}} \nu \frac{dT}{d\tau} = \frac{d}{dx}\left(\lambda \frac{dT}{dx}\right) + I^2 \rho \left(\frac{L}{S}\right)^2, \qquad (4.44)$$

где ρ, $c_{\text{м}}$, ν — удельное сопротивление, Ом·м, теплоемкость, Дж/(кг·К), и плотность меди, кг/м^3; τ — время.

Начальным условием служит распределение температур, соответствующее оптимизированному режиму. В [4.10] представлены результаты численного анализа процесса срыва.

Рассмотрим упрощенную задачу, пренебрегая в (4.44) продольной теплопроводностью. Тогда в адиабатическом приближении время установления предельной допустимой температуры $T_{\text{кон}}$ в промежуточной точке ($x_*\approx 0{,}75\div 0{,}8$), с, составит

$$\tau_x = \frac{\nu L^2}{(IL/S)^2} \int\limits_{T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} \frac{c_{\text{м}} dT}{\rho}. \qquad (4.45)$$

По (4.45) можно оценить время, в течение которого токоввод способен нести минимальный ток без перегорания в случае внезапной потери расхода, или рассчитать длину и сечение токоввода, способного работать без расхода заданное время.

Оценки теплопритоков и размеров токовводов на основе модели идеального теплообмена удобны для расчета, но идеальность теплообмена обеспечивается только при развитой поверхности теплосъема и достаточном коэффициенте теплопередачи. Используя модель конечного теплообмена с постоянными теплофизическими свойствами, проанализируем влияние неидеальности теплообмена на границу устойчивости токовводов [4.9].

Рассмотрим стационарную задачу теплопроводности для токоввода при допущениях $\rho=(L_0/\lambda)T$, $\alpha=\text{const}$, $\lambda=\text{const}$, где $L_0=2{,}45\cdot 10^{-8}$ Вт/(А·К)^2 — постоянная Лоренца для металлов.

Исходная система уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dx}\left(\lambda S \frac{dT}{dx}\right) + \frac{L_0 (2I)^2}{\lambda S} T - \alpha P (T-t) = 0, \\ &\alpha P (T-t) = m c_p \frac{dt}{dx} \end{aligned}\right\} \qquad (4.46)$$

преобразуется к дифференциальному уравнению третьего порядка относительно T с безразмерными координатой $x_*=x/L$, током токоввода $I_{\text{т}}$, расходом M и коэффициентом теплообмена H:

$$(M/H)\,T''' + T'' - M(1 - I^2_{\text{т}}/H)\,T' + I^2_{\text{т}} T = 0, \qquad (4.47)$$

где $I_{\text{т}}=2L_0^{1/2} LI/\lambda S$; $M=mc_pL/\lambda S$; $H=\alpha PL^2/\lambda S$.

Уравнение (4.47) может быть решено в явном виде при заданных граничных условиях, например, первого рода. Ситуацию перегорания токоввода можно описать условием $\det|\mathbf{A}|=0$ отсутствия решения, причем $\mathbf{A}$ — матрица коэффициентов системы уравнений для определения постоянных интегрирования.

Диаграмма перегорания в виде кривых границ устойчивости $I_{\text{т}}(M)$ при $H=\text{const}$ в двойном логарифмическом масштабе приведена на рис. 4.8. Для токоввода с параметром теплообмена H при заданном параметре расхода M по диаграмме определяется значение тока $I_{\text{т}}$, выше которого имеют место неустойчивость теплового режима и тенденция к неконтролируемому росту температуры.

Рассмотрим некоторые частные случаи. Для неохлаждаемых токовводов ($H=0$) критерий перегорания

$$I_{\text{т,п}}(H=0) > \pi. \qquad (4.48)$$

Кривая $H=\infty$ соответствует идеально охлаждаемому токовводу, при больших расходах она переходит в прямую

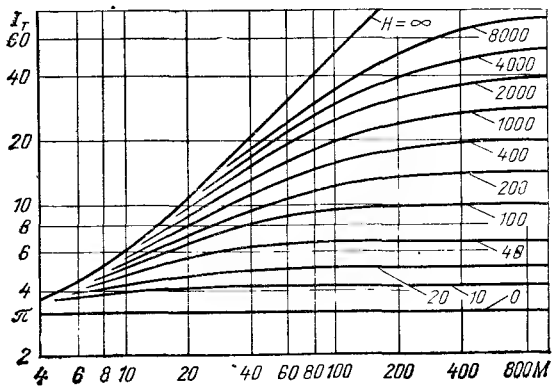


Рис. 4.8. Диаграмма перегорания токовводов

$I_т = M$, следовательно, критерий перегорания

$$I_{т,п}(H=\infty,\ M<10) > \pi, \qquad (4.49)$$

$$I_{т,п}(H=\infty,\ M>10) > M. \qquad (4.50)$$

При больших расходах кривые $I_т(M)$ имеют тенденцию к насыщению, т. е .при конечном H увеличение M не может повысить уровень допустимого тока. Предельное значение тока

$$I_{т,п}(M\to\infty) > H^{1/2}. \qquad (4.51)$$

Из диаграммы видно, что критериями (4.49), (4.50) для идеально охлаждаемых токовводов практически можно пользоваться при $H \geqslant 10^4$.

В токовводах, где расход газа обеспечивается внешним напором и связан с гидравлическим сопротивлением тракта охлаждения, имеют место особые условия. Так как кинематическая вязкость гелия растет с температурой, то при увеличении температуры расход уменьшается, что обусловливает дальнейший рост температуры и может привести к полной потере расхода криоагента через токоввод с последующим перегоранием.

Как установлеио выше, условия возникновения неустойчивого теплового состояння и перегорания токоввода близки к условиям оптимального режима (с минимальным теплопритоком, проходящим в зону криостатирования, и нулевым температурным градиентом на тепловом конце). При превышении током оптимального значения нулевой градиент становится отрицательным, в профиле температуры возникает быстро растущий экстремум. Приближенные расчетные модели могут давать расхождение в оценках значения допустимых токовых перегрузок.

Строгое решение задачи охлаждаемого токоввода постоянного сечения в виде круглого стержня, обдуваемого по периметру, проведено в [4.8]. Учитывались уточненные температурные зависимости всех теплофизических коэффициентов меди и газа и граничные условия третьего рода на теплом конце. Предполагалось, что газовый поток m_2, охлаждающий токоввод, и испаряемый поток m_1 взаимно независимы. Полные энергетические затраты разделялись на две части: затраты W_1 на компенсацию теплопритока, испаряющего жидкий гелий, и затраты W_2 на охлаждение токоввода.

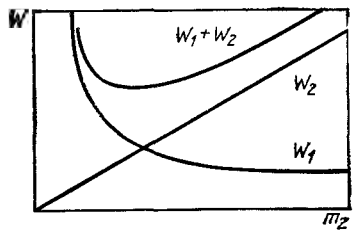


Рис. 4.9. Зависимость энергетических затрат от расхода для охлаждаемого токоввода

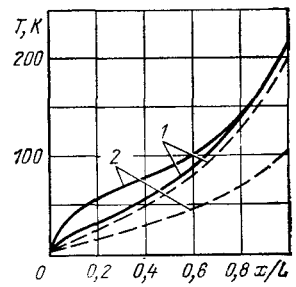


Рис. 4.10. Температурные профили токоввода модельного генератора для различных условий охлаждения:
——— — для токоввода; — — — — для газа

На рис. 4.9 качественно показаны зависимости W_1, W_2 и W_1+W_2 от расхода m_2, охлаждающего токоввод. Для расчетного токоввода с $IL/S=5\cdot10^6$ А/м min (W_1+W_2) достигается при значениях $m_{2opt} \ll m_{соб}$ в области ламинарного режима течения газа. В оптимальном режиме токоввод испаряет расход, который значительно больше требуемого для его охлаждения. Температурный профиль токоввода приближается к прямой, он приобретает выпуклый характер и тенденцию к росту температуры вблизи теплого конца лишь при расходах $m_2 \ll m_{2opt}$. Это соответствует поведению рассмотренных ранее (рис. 4.6) токовводов неоптимальной геометрии с $(I/S)/(L/S)_{opt} < 1$.

Аналогичные исследования точного решения задачи проводились для токовводов переменного сечения. Предполагалось наличие дополнительного расхода газа через токоввод от постороннего источника постоянной мощности. В процессе изменения параметров и L при $S(x)$ найдены варианты токовводов, практически не вносящих теплопритока в зону криостатирования и характеризующихся вы-

пуклым температурным профилем, близким к режиму перегрева, а также варианты, для которых отсутствует непрерывное решение. Установлено, что токовводы переменного сечения $S=S(x)$ не имеют преимуществ перед токовводами постоянного сечения $S\neq S(x)$, так как обладают большей неустойчивостью, причем в случае потери расхода участок перегорания может находиться вблизи холодного конца и обусловливать повреждение сверхпроводниковой магнитной системы.

На рис. 4.10 в виде примера показаны температурные профили расчетного токоввода модели генератора на ток 200 А. Кривые *1* относятся к токовводу в номинальном режиме работы, расход превышает испаряемый приблизительно вдвое и составляет $2\cdot10^{-5}$ кг/с. Близкие значения температур газа и стенки указывают на то, что конструкция теплообменника обеспечивает хороший теплосъем с поверхности токонесущей части токоввода. Кривые *2* относятся к токовводу с такой же токонесущей частью, но с теплобменником, поверхность теплосъема которого примерно в 5 раз меньше. При ухудшении теплосъема возникает выпуклость температурного распределения со стороны холодного конца, увеличиваются теплоприток в зону криостатирования и недорекуперация газа на теплом конце, расход гелия составляет около $5\cdot10^{-5}$ кг/с.

При проектировании токовводов КЭМ рекомендуется:

1) оценить возможные ограничения размеров узла токоввода и граничные условия на его концах;

2) определить уровень расходов в узле токоввода с учетом дополнительного расхода через этот узел;

3) в теплообменнике токоввода обеспечить по возможности ламинарный режим течения и достаточную омываемую поверхность, а также согласовать гидравлическое сопротивление с располагаемым напором;

4) оценить коэффициент теплопередачи в токовводе с учетом электроизоляции и структуры тракта;

5) если параметр теплообмена достаточно велик, воспользоваться зависимостями для идеально охлаждаемых токовводов, выбрать по (4.42) длину и токонесущее сечение с запасом порядка 15%, оценить теплоприток и полный расход по рис. 4.6;

6) если параметр теплообмена мал, выбрать сечение по диаграмме перегорания с запасом также порядка 15% (рис. 4.8);

7) располагая программой точного решения, произвести поверочный расчет для номинального тока.

4.7. Расчет режима захолаживания

Процесс захолаживания сверхпроводниковой обмотки в криостате КЭМ имеет целый ряд особенностей, связанных: с существенным изменением (на несколько порядков) свойств материалов в рассматриваемом температурном диапазоне; с условиями захолаживания, при которых температура криоагента изменяется в процессе захолаживания; с необходимостью рассматривать в некоторых случаях одновременное охлаждение обмотки и других элементов криостата. Эти особенности не позволяют непосредственно воспользоваться расчетными моделями процессов охлаждения и нагрева тел, известными из теории теплопередачи.

В [4.11, 4.12] описаны расчетные модели, подходящие для анализа процесса захолаживания криогенных устройств с различными упрощающими предположениями.

Построим простую расчетную модель захолаживания изолированного тела при идеальном теплообмене с криоагентом, записав для нагрева тела и газа за промежуток времени $\Delta\tau$ уравнение

$$Mc_{\text{м}}\Delta T_{\text{м}}=m[c_L+c_p(T_{\text{м}}-T_{\text{с}})]\Delta\tau. \qquad (4.52)$$

Поскольку для гелия $c_L-c_pT_{\text{с}}\ll c_pT_{\text{м}}$, то $\Delta T_{\text{м}}/\Delta\tau=$ $=m[c_L+c_p(T_{\text{м}}-T_{\text{с}})]/Mc_{\text{м}}\simeq mc_pT_{\text{м}}/Mc_{\text{м}}$,

где M, $c_{\text{м}}$ — масса и удельная теплоемкость захолаживаемого тела; m — расход криоагента.

Для сверхпроводниковой обмотки температурную зависимость теплоемкости $c_{\text{м}}=c_{\text{м}}(T_{\text{м}})$ из [4.15], представленную на рис. 4.11, можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией $c_{\text{м}i}=c'_{\text{м}i}T_{\text{м}}+c_i$, $c_i=\text{const}$,

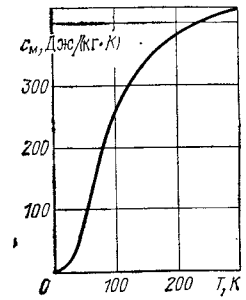


Рис. 4.11. Температурная зависимость теплоемкости сверхпроводящей обмотки

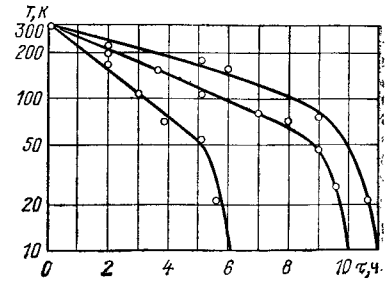


Рис. 4.12. Экспериментальные кривые захолаживания [4.55]

причем $i=1$ при $300\ \text{К} \leqslant T_{\text{м}} < 150\ \text{К}$, $i=2$ при $150\ \text{К} \leqslant T_{\text{м}} < 40\ \text{К}$, $i=3$ при $40\ \text{К} \leqslant T_{\text{м}} < 5\ \text{К}$.

Для каждого температурного диапазона

$$\left|\frac{\Delta T_{\text{м}}}{\Delta\tau}\right|_i = \frac{mc_p}{Mc'_{\text{м}i}}; \quad T_{\text{м}\,i}(\tau) = -\frac{mc_p}{Mc_{\text{м}\,i}}\tau + C_i. \qquad (4.53)$$

В целом кривая захолаживания $T_{\text{м}}(\tau)$ также представляет собой кусочно-линейную функцию, соответствующую кривой для теплоемкости. Наклон прямых участков определяется расходом криоагента и захолаживаемой массой. На рис. 4.12 в полулогарифмическом масштабе построены кривые $T=T(\tau)$, полученные по данной упрощенной расчетной методике. Как и кривые, например, из [4.13] (обозначены точками), они имеют характерное изменение скорости захолаживания $dT/d\tau$ в диапазоне температуры $T \approx 40$ К.

Согласно (4.53) время захолаживания

$$\tau = \sum_{i=1}^{3} \Delta\tau_i = \frac{M}{mc_p} \sum_{i=1}^{3} \Delta T_{\text{м}\,i}\, c'_{\text{м}\,i} = \frac{Mc_{\text{м}}(T_{\text{м,нач}})}{mc_p} \qquad (4.54)$$

пропорционально запасу теплоты захолаживаемой массы и обратно пропорционально расходу криоагента. Это соответствует экспериментальным данным [4.13].

Для учета конечного теплообмена между сверхпроводниковой обмоткой и криоагентом и наличия тепловой связи обмотки с окружающей средой через элементы криостата можно построить достаточно простую модель с сосредоточенными захолаживаемой массой и массой охлаждаемого теплового моста-экрана.

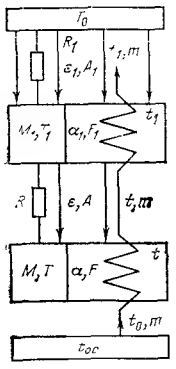


Рис. 4.13. Схема расчетной модели с сосредоточенными захолаживаемыми массами

Будем считать расход газа постоянным и заданным, температуры тел и газа различными, полагая, что каждой захолаживаемой массе соответствует одна температура в любой момент времени, а связь между захолаживаемыми массами осуществляется через тепловые сопротивления и теплообмен излучением. На рис. 4.13 представлена соответствующая расчетная схема криостата с одним тепловым экраном.

Для каждой захолаживаемой массы зададим параметры: c — теплоемкость, T, t—температуры тела и газа, α, k—коэффициенты теплообмена с газом и эффективности теплообмена, F, A—площади поверхности теплосъема и облучаемой поверхности, R—термическое сопротивление, ε—приведенный коэффициент теплового излучения, q—постоянный теплоприток.

Кроме того, зададим параметры криоагента: m—расход, c_L—удельную теплоту парообразования, c_p—удельную теплоемкость.

Процесс захолаживания объекта криостатирования описывается уравнением

$$cM\frac{dT}{d\tau} = -c_L m - \alpha F(T-t)k + \frac{1}{R}(T_1 - T) + \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T^4) + q. \qquad (4.55)$$

Для первого теплового экрана справедливо аналогичное уравнение

$$c_1 M_1 \frac{dT_1}{d\tau} = \frac{1}{R_1}(T_0 - T_1) + \sigma\varepsilon_1 A_1 (T_0^4 - T_1^4) - \frac{1}{R}(T_1 - T) - \sigma\varepsilon A(T_1^4 - T^4) - \alpha_1 F_1 (T_1 - t_1) k_1, \qquad (4.56)$$

в котором параметры без индекса относятся к самому объекту, а с индексом 1—к тепловому экрану; T_0—температура окружающей среды; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м·К^2)^2—постоянная Стефана—Больцмана.

Уравнения баланса теплоты для криоагента имеют вид

$$\left.\begin{aligned} c_p m(t - t_0) &= \alpha F(T - t)k, \\ c_p m(t_1 - t) &= \alpha_1 F_1 (T_1 - t_1) k_1. \end{aligned}\right\} \qquad (4.57)$$

Начальные условия (при $\tau=0$) для процесса захолаживания: температура всего криостата $T=T_1=T_0=300$ К и гелиевая температура газа $t_c=4{,}2$ К.

Рассмотрим метод решения системы уравнений (4.55)—(4.57). Сначала получим зависимость температур газа t и t_1 через температуры захолаживаемых тел T и T_1 из (4.57). Теплоемкость криоагента c_p и коэффициенты теплоотдачи α, α_1 монотонно растут с увеличением температуры, поэтому каждое из уравнений (4.55), (4.56) в принципе разрешимо и имеет единственный корень: $t_0 \leqslant t \leqslant T$ и $t \leqslant t_1 \leqslant T_1$.

Применяя численный метод бисекций для заданных отрезков $[t_0, T]$ и $[t, T_1]$, находим корни t и t_1 соответственно.

При известных температурах газа t можно вычислить все параметры для правых частей уравнений (4.55), (4.56) и далее численно решать задачу Коши, в данном случае методом Рунге—Кутта четвертого порядка. Шаг интегрирования подбирался опытным путем. При низких температурах теплоемкости материалов—быстроменяющиеся функции, что приводит к необходимости смены шага интегрирования в процессе расчета одного варианта.

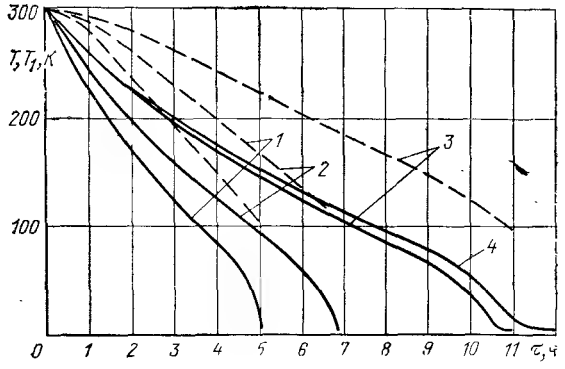


Рис. 4.14. Расчетные кривые захолаживания ротора модельного генератора (T — сплошные линии; T_1 — пунктирные);
1 — при m=40 л/ч; 2 — при m=30 л/ч; 3, 4 — при m=20 л/ч

В качестве примера на рис. 4.14 приведены результаты расчета кривых захолаживания криостата модельного генератора, основные геометрические параметры и захолаживаемые массы которого даны в табл. 4.2 (для половины криостата).

Теплоемкость объекта криостатирования задавалась как средневзвешенная от теплоемкостей его материалов: нержавеющей стали, меди, сверхпроводника и компаунда [4.15].

Время захолаживания зависит от расхода:

$$\tau = \begin{cases} 11{,}5 \text{ ч при } m = 20 \text{ л/ч}; \\ 7{,}04 \text{ ч при } m = 30 \text{ л/ч}; \\ 5{,}0 \text{ ч при } m = 40 \text{ л/ч}. \end{cases}$$

Температура теплового экрана по окончании захолаживания $T_1 \approx$ $\approx$100 К.

Температуры газа в теплообменниках объекта криостатирования и теплового экрана на 5—10 К меньше температур захолаживаемых тел и на рис. 4.14 не показаны.

Таблица 4.2. Параметры для половины криостата модельного генератора

Параметр	Символ	Значение
Масса объекта криостатирования	M	234 кг
Площадь теплоотдающей поверхности объекта криостатирования	F	1,8 м²
Площадь поверхности, участвующей в теплообмене излучением	A	0,8 м²
Масса теплового экрана и примыкающих участков вала	M_1	96 кг
Площадь теплоотдающей поверхности теплового экрана	F_1	1,42 м²
Площадь поверхности теплового экрана	A_1	1,35 м²
Геометрический фактор теплового сопротивления	L/S	35,7 м⁻¹
	L_1/S_1	29,3 м⁻¹

Интегральное количество гелия, необходимого для захолаживания, слабо зависит от расхода:

$$V = \begin{cases} 230 \text{ л при } m = 20 \text{ л/ч}; \\ 200 \text{ л при } m = 30 \text{ л/ч}; \\ 200 \text{ л при } m = 40 \text{ л/ч}. \end{cases}$$

При m=20 л/ч, близком к расходу в режиме криостатирования, интегральный расход V несколько завышен, так как часть расхода тратится на компенсацию внешнего теплопритока.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ И ПРОЧНОСТИ КРИОГЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН С ВРАЩАЮЩИМСЯ КРИОСТАТОМ

5.1. Специфика конструкции криостата

Основная особенность конструкции КЭМ состоит в том, что на роторе отсутствует массивный ферромагнитный сердечник, а его сверхпроводниковая обмотка возбуждения заключена в систему соосных цилиндрических оболочек, выполняющих роль электромагнитного и теплового экранов, бандажа и корпуса криостата. Принципиальная схема КЭМ с вращающимся криостатом показана на рис. 5.1; некоторые конструктивные схемы реальных криотурбогенераторов приведены в [1.4].

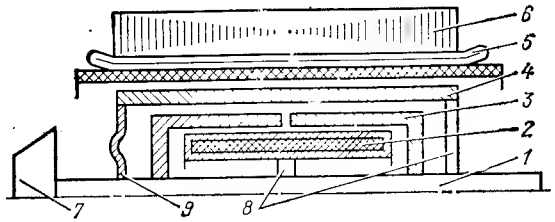


Рис. 5.1. Принципиальная схема КЭМ с вращающимся криостатом:
1 — вал криостата; *2* — обмотки возбуждения; *3* — электромагнитный и тепловой экран; *4* — корпус криостата; *5* — обмотка якоря; *6* — ферромагнитное ярмо статора; *7* — турбина; *8* — жесткие связи; *9* — упругие связи

Для обеспечения работоспособности КЭМ требуется решить ряд специфических задач по динамике и прочности, которые обычно не возникают при проектировании электрических машин традиционного исполнения.

Конструкция криостата, представляющего собой систему соосных роторов, обусловливает необходимость модернизации методов решения традиционных задач динамики роторов по определению собственных частот изгибных и крутильных колебаний, амплитуд вынужденных колебаний от действия небаланса, а также скручивающих моментов и напряжений во всех оболочках криостата при переходных процессах.

5.2. Изгибные колебания

5.2.1. Свободные колебания

При исследовании изгибных колебаний важно в первую очередь определить их собственные частоты. Для колебаний изгибного типа балочная теория дает хорошие результаты применительно к оболочкам с достаточно большой длиной. Согласно [5.1] длинные оболочки характеризуются соотношением

$$\beta l > 2; \quad \beta = 1{,}285\sqrt{hR}, \tag{5.1}$$

где l, h и R—длина, толщина и средний радиус оболочки.

Параметры оболочек проектируемых в настоящее время КЭМ удовлетворяют условию (5.1).

Таким образом, задача сводится к определению собственных частот колебаний системы соосных роторов, для которой необходимо модернизировать метод начальных параметров, используемый для расчета собственных частот одноосных роторов. Суть модернизации [5.2] заключается

в том, что решается система уравнений, описывающих колебания всех соосных роторов, связанных между собой упругими и жесткими связями. Упругие связи непосредственно включаются в алгоритм традиционного метода начальных параметров для одноосных роторов [5.3], незначительно усложняя расчетные матрицы. Жесткие связи увеличивают порядок системы уравнений вследствие дополнительных условий равенства деформационных параметров роторов в точках их соединения. Соответственно увеличивается число неизвестных начальных параметров за счет силовых параметров в этих точках.

Без учета влияния на деформацию инерции поворота сечения и деформаций сдвига, обусловленных поперечными силами, изгибные колебания системы соосных роторов описываются системой однородных дифференциальных уравнений в частных производных

$$\mathbf{M}\partial^2\mathbf{U}/\partial t^2 + \partial\mathbf{Q}/\partial x + \mathbf{CU} = 0, \tag{5.2}$$

где t—время; x—осевая координата; $\mathbf{U}$ и $\mathbf{Q}$—соответственно векторы перемещений и поперечных сил в соосных роторах, имеющие k-й порядок (k—число соосных роторов); $\mathbf{M}$ и $\mathbf{C}$—матричные операторы соответственно инерционных и упругих сил, распределенных в упругих опорах.

Угол поворота φ_i, изгибающий момент M_i и поперечная сила Q_i и i-м роторе связаны с перемещением u_i известными дифференциальными зависимостями

$$\varphi_i = -\frac{\partial u_i}{\partial x}, \quad M_i = -EI_i\frac{\partial\varphi_i}{\partial x} =$$
$$= EI_i\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}, \quad Q_i = \frac{\partial M_i}{\partial x} = E\frac{\partial}{\partial x}\left(I_i\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}\right), \tag{5.3}$$

где E и I_i—модуль упругости и момент инерции сечения ротора.

Метод начальных параметров позволяет свести решение системы (5.2) к многократно повторяющемуся циклу алгебраических операций, соответствующих переходу от одной расчетной ячейки к другой. Расчетная схема системы двух роторов, представляющая собой последовательность дискретных ячеек (рис. 5.2), составляется, как в [5.3]. В основе ее расчета лежит соотношение, связывающее параметры деформированного состояния в сечениях j и (j—1) системы роторов:

$$V_j = (\mathbf{DGS}V)_{j-1} = \Pi V_0, \tag{5.4}$$

где Π—произведение матриц ($\mathbf{DGS}$), в котором нулевая

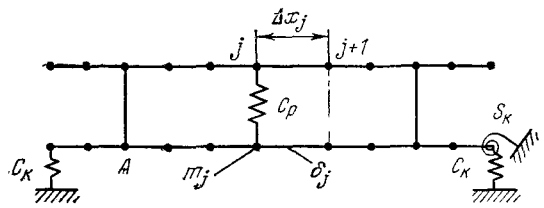


Рис. 5.2. Расчетная дискретная схема системы двух соосных роторов

точка соответствует левому концу системы роторов, недостающие участки реальных роторов достраиваются нулевыми участками; $\mathbf{V}_j$, $\mathbf{V}_{j-1}$ и $\mathbf{V}_0$—векторы деформированного состояния в точках j, $(j-1)$ и 0; $\mathbf{D}$, $\mathbf{G}$ и $\mathbf{S}$—переходные матрицы участка, узла с сосредоточенной в нем всей массой данной ячейки и узла с сосредоточенной упругой связью между роторами и между ротором и корпусом.

Векторы и матрицы $\mathbf{D}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{S}$ отличаются от обычно используемых для одноосных роторов [5.3] тем, что характеризуют сразу всю систему роторов в j-м сечении и имеют соответственно больший порядок $(4k)$, причем

$$\mathbf{V}=|[\mathbf{V}_1,\ \mathbf{V}_2,\ldots,\ \mathbf{V}_k]|^{\mathrm{T}},\ \mathbf{D}=\mathrm{Diag}(\mathbf{D}_i),\ \mathbf{G}=\mathrm{Diag}(\mathbf{G}_i),\quad i=1,\ 2,\ \ldots,\ k. \tag{5.5}$$

Составляющие этих векторов и матриц—блоки $\mathbf{V}_i$, $\mathbf{D}_i$, $\mathbf{G}_i$ характеризуют каждый из соосных роторов в отдельности:

$$\mathbf{V}_{ij}=\begin{Vmatrix} u_j \\ \varphi_j \\ M_j \\ Q_j \end{Vmatrix}_i,\quad \mathbf{G}_{ij}=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_j\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}_i,$$

$$\mathbf{D}_{ij}=\begin{Vmatrix} 1 & -\Delta x_j & \frac{1}{2}(\delta\Delta x)_j & \frac{1}{6}(\delta\Delta x^2)_j \\ 0 & 1 & -\delta j & -\frac{1}{2}(\delta\Delta x)_j \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}_i, \tag{5.6}$$

где Δx_{ji}—длина j-го участка i-го ротора, общая для всех соосных роторов; m_{ji}—масса j-го участка i-го ротора, сосредоточенная в узле расчетной ячейки; $\delta_{ji}=\Delta x_{ji}/EI_{ji}$—податливость j-го участка i-го ротора; ω—частота колебаний системы роторов.

В (5.4) входит блочная матрица $\mathbf{S}$ узла с сосредоточенной упругой связью. Блоки, характеризующие роторы, не связанные с опорой, имеют вид единичной матрицы четвертого порядка, если они являются диагональными, а в остальных случаях эти блоки равны нулевой матрице. Блоки, характеризующие m-й и n-й роторы, упруго связанные между собой или с корпусом, имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{S}_{mm}=\mathbf{S}_{nn}&=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -(s_к+s_р) & 1 & 0 \\ -(c_к+c_р) & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \\ \mathbf{S}_{mn}=\mathbf{S}_{nm}&=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_р & 0 & 0 \\ c_р & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \end{aligned}\right\} \tag{5.7}$$

где $c_к$ и $s_к$—жесткости опоры, связывающей ротор с корпусом соответственно при поступательных и угловых перемещениях ротора; $c_р$ и $s_р$—жесткости опоры, связывающей m-й и n-й роторы соответственно при поступательных и угловых перемещениях роторов.

Жесткая связь между роторами в сечении A характеризуется скачками поперечной силы и изгибающего момента на неизвестные величины ΔQ_A и ΔM_A. В рекуррентной формуле (5.4) в сечении A происходит соответствующий скачок вектора деформированного состояния на вектор $\Delta\mathbf{V}_A$. Вектор $\Delta\mathbf{V}_A$ порядка $4k$ имеет блочный вид с ненулевыми блоками, характеризующими только связанные между собой m-й и n-й роторы:

$$(\Delta\mathbf{V}_A)_m=-(\Delta\mathbf{V}_A)_n=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta M_A \\ \Delta Q_A \end{Vmatrix}. \tag{5.8}$$

Векторы деформированного состояния непосредственно слева $\mathbf{V}'_A$ и справа $\mathbf{V}''_A$ от сечения A имеют вид

$$\mathbf{V}'_A=\Pi_1\mathbf{V}_0;\quad \mathbf{V}''_A=\mathbf{V}'_A+\Delta\mathbf{V}_A, \tag{5.9}$$

где Π_1—последовательное произведение матриц от точки A до нулевой точки (левого конца системы роторов).

Кроме скачков момента и поперечной силы наличие в сечении A жесткой связи между роторами приводит к условиям нерастяжимости связи и неизменности угла между связью и роторами (в сечении A роторы параллельны):

$$(u_A)_m=(u_A)_n, \quad (\varphi_A)_m=(\varphi_A)_n. \tag{5.10}$$

Перемещения $(u_A)_m$, $(u_A)_n$ и углы поворота $(\varphi_A)_m$, $(\varphi_A)_n$ выражаются через элементы матрицы $\mathbf{\Pi}_1$ и неизвестные начальные параметры, входящие в вектор $\boldsymbol{V}_0$ в первом из уравнений (5.9).

Таким образом, из-за жесткой связи между роторами в системе возникают два дополнительных неизвестных ΔQ_A и ΔM_A и появляются два дополнительных уравнения (5.10).

Вектор деформированного состояния на правом конце системы роторов при наличии одной жесткой связи имеет вид

$$\boldsymbol{V}_N=\mathbf{\Pi}_2\boldsymbol{V}_A''=\mathbf{\Pi}_2\mathbf{\Pi}_1\boldsymbol{V}_0+\mathbf{\Pi}_2\Delta\boldsymbol{V}_A=\mathbf{W}\boldsymbol{V}_0+\mathbf{\Pi}_2\Delta\boldsymbol{V}_A. \tag{5.11}$$

Здесь $\mathbf{\Pi}_2$—последовательное произведение матриц (**DGS**) от правого конца системы роторов до точки A.

При наличии нескольких жестких связей система роторов в точках связи разбивается на пролеты и для каждого пролета составляются уравнения, аналогичные (5.9) и (5.11). В результате этих операций вектор $\boldsymbol{V}_N$ на правом конце роторов будет выражен через произведения матриц $\mathbf{\Pi}$ на разных пролетах, вектор начальных параметров $\boldsymbol{V}_0$ и векторы скачков параметров деформированного состояния в точках установки жестких связей.

Используя обычные граничные условия на правом конце системы роторов и условия связи в сечениях с неподвижной связью между роторами, получаем систему однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных начальных параметров на левом конце системы роторов и неизвестных скачков силовых параметров в сечениях с жесткой связью между роторами. Не приводя эту систему уравнений в общем виде, иллюстрируем ее на частном примере системы двух соосных роторов с одной жесткой связью и со свободными концами обоих роторов. Данному случаю соответствуют граничные условия

$$(M_0)_{1,2}=(Q_0)_{1,2}=(M_N)_{1,2}=(Q_N)_{1,2}=0 \tag{5.12}$$

и условия связи

$$(u_A)_1=(u_A)_2; \quad (\varphi_A)_1=(\varphi_A)_2. \tag{5.13}$$

Система алгебраических уравнений имеет вид

$$\left\|\begin{matrix} w_{31} & w_{32} & w_{35} & w_{36} & (p^2_{33}-p^2_{37}) & (p^2_{34}-p^2_{38}) \\ w_{41} & w_{42} & w_{45} & w_{46} & (p^2_{43}-p^2_{47}) & (p^2_{44}-p^2_{48}) \\ w_{71} & w_{72} & w_{75} & w_{76} & (p^2_{73}-p^2_{77}) & (p^2_{74}-p^2_{78}) \\ w_{81} & w_{82} & w_{85} & w_{86} & (p^2_{83}-p^2_{87}) & (p^2_{84}-p^2_{88}) \\ (p^1_{11}-p^1_{51}) & (p^1_{12}-p^1_{52}) & (p^1_{15}-p^1_{55}) & (p^1_{16}-p^1_{56}) & 0 & 0 \\ (p^1_{21}-p^1_{61}) & (p^1_{22}-p^1_{62}) & (p^1_{25}-p^1_{65}) & (p^1_{26}-p^1_{66}) & 0 & 0 \end{matrix}\right\| \times$$

$$\times \left\|\begin{matrix} (u_0)_1 \\ (\varphi_0)_1 \\ (u_0)_2 \\ (\varphi_0)_2 \\ \Delta M_A \\ \Delta Q_A \end{matrix}\right\| = 0, \tag{5.14}$$

где w_{lk}, p^1_{lk} и p^2_{lk}—элементы матриц $\mathbf{W}$, $\mathbf{\Pi}_1$ и $\mathbf{\Pi}_2$ из (5.11).

Аналогичную систему уравнений можно записать для любого числа k_1 соосных роторов и k_2 жестких связей между ними. Порядок системы будет $2(k_1+k_2)$.

Согласно [5.2] порядок разрешающей системы уравнений всегда можно сделать равным $2k_1$ и не зависящим от k_2 путем предварительного исключения части неизвестных, используя условия связи (5.10). В конечную разрешающую систему включаются только уравнения, получаемые из граничных условий. Этот прием позволяет несколько сократить машинное время при реализации алгоритма решения на ЭВМ.

Угловые скорости ротора ω, обращающие в нуль определитель $\Psi(\omega)$, составленный из коэффициентов при неизвестных однородной алгебраической системы уравнений вида (5.14), представляют собой критические скорости или собственные частоты изгибных колебаний.

После нахождения собственных частот можно с точностью до постоянной найти собственные формы изгибных колебаний всей системы соосных роторов. Эта процедура осуществляется тем же способом, что и для одноосных роторов. Один из неизвестных начальных параметров приравнивается некоторой константе, соответствующий столбец в системе уравнений вида (5.14) переносится в правую часть и решается неоднородная система алгебраических уравнений. В результате с точностью до принятой константы получают остальные неизвестные начальные параметры

и неизвестные скачки силовых факторов в сечениях с жесткой связью между роторами. Далее по основной расчетной рекуррентной формуле (5.4) находят параметры деформированного состояния во всех сечениях системы соосных роторов, что позволяет построить упругую линию каждого из этих роторов.

Особенности собственных форм колебаний системы соосных роторов иллюстрируем на примерах расчетов колебаний криостатов двух моделей КЭМ: низкоскоростной машины мощностью 200 кВт и одного из прорабатываемых вариантов крупного турбогенератора мощностью 300 МВт.

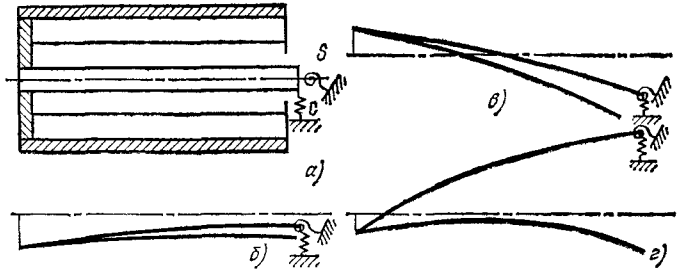


Рис. 5.3. Схема криостата с одной жесткой связью (*а*) и формы изгибных колебаний (*б—г*):
б — при $\omega_1=230$ с$^{-1}$; *в* — при $\omega_2=780$ с$^{-1}$; *г* — при $\omega_3=3720$ с$^{-1}$

Криостат КЭМ на 200 кВт представляет собой систему двух соосных роторов с одной жесткой связью между ними (рис. 5.3,*а*). Остальные оболочки в расчете не учитывались, так как их парциальные собственные частоты колебаний существенно выше частот колебаний исследуемой системы и незначительно повлияют на общие результаты. Оба ротора консольно опираются на опорный узел, жесткость которого определяется жесткостью подшипников качения, спиц подвеса и других конструктивных элементов. При поступательных перемещениях жесткость $c=0{,}44\cdot10^9$ Н/м, а при угловых смещениях она составляет $s=4{,}84\cdot10^7$ Нм/рад. Внешний ротор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения имеет общую массу $m_{вш}=152$ кг и средний момент инерции $I_{вш}=0{,}42\cdot10^{-2}$ м^4. Внутренний ротор служит опорой для наружного и выполняет роль теплового сопротивления между зоной с температурой жидкого гелия и подшипниковым узлом, находящимся при комнатной температуре. Масса внутреннего ротора $m_{вт}=29$ кг, а средний момент инерции его сечения $I_{вт}=0{,}3\cdot10^{-2}$ м^4. Три низшие критические скорости криостата равны $\omega_1=230$ с$^{-1}$, $\omega_2=780$ с$^{-1}$, $\omega_3=3720$ с$^{-1}$.

На рис. 5.3,*б—г* представлены соответствующие формы собственных колебаний осей обоих роторов. Из анализа этих форм следует,

что первая собственная частота ω_1 определяется в основном жесткостью опорного узла, а сами роторы деформируются при этом незначительно. При высших критических скоростях ω_2 и ω_3 становится заметной деформация осей роторов.

Криостат мощного турбогенератора представлен в виде системы двух соосных роторов (рис. 5.4,*а*), связанных между собой двумя

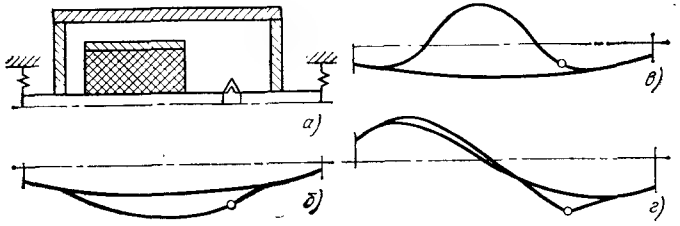


Рис. 5.4. Схема криостата с двумя жесткими связями и шарниром (*а*) и формы изгибных колебаний (*б—г*):
б — при $\omega_1=260$ с$^{-1}$; *в* — при $\omega_2=600$ с$^{-1}$; *г* — при $\omega_3=860$ с$^{-1}$

жесткими связями и опирающихся на упругие опоры. Жесткость опор $c=2{,}5\cdot10^9$ Н/м соответствует жесткости подшипников скольжения.

Внутренний ротор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения имеет массу $m_{вт}=4500$ кг. Наружный ротор выполняет роль корпуса и электромагнитного экрана, его масса $m_{вш}=3300$ кг. Внутренний ротор содержит компенсатор осевых температурных деформаций в виде сильфона, имеющего существенно меньшую жесткость при изгибных колебаниях, чем другие конструктивные элементы ротора. В расчетной схеме сильфон представлен идеальным шарниром, в котором угол поворота претерпевает скачок, а изгибающий момент равен нулю.

Трем низшим критическим скоростям криостата $\omega_1=260$ с$^{-1}$, $\omega_2=600$ с$^{-1}$ и $\omega_3=860$ с$^{-1}$ соответствуют формы собственных колебаний, показанные на рис. 5.4,*б—г*. Расчетом установлено, что ω_1 определяется длиной и жесткостью хвостовых участков вала, а при скоростях ω_2, ω_3 деформируются участки роторов между жесткими связями.

Из анализа найденных форм колебаний (рис. 5.3 и 5.4) следует их характерная особенность для систем соосных роторов: высшие формы отличаются от низших не обязательно большим числом узлов, но увеличенной потенциальной энергией деформации всей системы роторов. Эта же особенность проявляется в формах колебаний трех соосных роторов [1.4].

Из рис. 5.3 и 5.4 следует также, что во всех случаях автоматически соблюдаются условия ортогональности форм собственных колебаний [5.4].

Если при проектировании новых криостатов возникает необходимость в применении коротких оболочек, не удовлетворяющих приведенным в начале параграфа условиям, то в балочных уравнениях движения следует учитывать деформацию сдвига и инерцию вращения. Для очень коротких оболочек следует использовать не балочную теорию, а теорию оболочек, но расчет колебаний в этом случае существенно усложняется.

5.2.2. Вынужденные колебания от действия небаланса

Модернизированный метод начальных параметров полностью применим и для расчета вынужденных колебаний системы соосных роторов. Как и выше, решается сразу вся система уравнений, в данном случае являющихся уравнениями вынужденных колебаний системы соосных роторов, связанных упругими и жесткими связями. Уравнения вынужденных колебаний отдельного ротора приводятся в [5.3]. Влияние упругих и жестких связей между роторами учитывается так же, как при расчете свободных колебаний, причем матрицы **D**, **G**, **S**, характеризующие расчетную ячейку, сохраняют прежний вид. Возмущающая нагрузка от действия небаланса вводится в основную расчетную рекуррентную формулу так же, как в [5.3]. В конечном итоге вместо однородной получается неоднородная система с левой частью такой же, как в (5.14). Эта система имеет решение, пропорциональное заданному небалансу при любой угловой скорости криостата ω. Совокупность решений в некотором диапазоне ω определяет амплитудно-частотную характеристику криостата и позволяет оценить его виброактивность.

Задача исследования вынужденных колебаний от действия небаланса, произвольным образом распределенного в соосных роторах, приобретает для КЭМ особо важное значение.

Методика уравновешивания роторов КЭМ за счет предварительной балансировки внутренних оболочек криостата и окончательного его уравновешивания в сборе путем установки грузов на наружном корпусе криостата эффективна лишь для существующих либо аналогичных им моделей криостатов, у которых первая критическая скорость определяется жесткостью опор или жесткостью хвостовых участков наружного ротора (см. приведенные выше примеры расчета). Такие криостаты во всем диапазоне рабочих угловых скоростей (и даже при вращении несколько быстрее первой критической скорости) колеблются практически как единое твердое тело. Поэтому они могут быть отбалансированы в сборе за счет установки грузов в доступных местах на наружном роторе, что особенно важно в связи с неизбежным возникновением разбалансировки ротора при криостатировании.

При проектировании новых КЭМ может оказаться, что при номинальной угловой скорости или при прохождении критических скоростей

будут резонировать внутренние роторы, к которым нет доступа. Проблема уравновешивания таких криостатов существенно усложняется и требует специальных решений. В этом случае особое значение приобретают расчеты вынужденных колебаний от действия небаланса, оценка ожидаемых коэффициентов динамичности и принципиальных возможностей уравновешивания системы роторов за счет установки грузов на наружном роторе и определение наилучшего расположения балансировочных плоскостей.

5.2.3. Вынужденные колебания, обусловленные двоякой жесткостью роторов

При двухполюсном исполнении КЭМ ее ротор со сверхпроводниковой обмоткой имеет двоякую жесткость, т. е. различные моменты инерции сечения I_1 и I_2 по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Как известно [5.5], в такой конструкции силы веса вызывают вибрации с двойной угловой скоростью 2ω. Эти вибрации имеют резонанс при критической скорости второго рода, близкой к половине собственной частоты ротора.

Изложенный выше модернизированный метод начальных параметров полностью применим для расчета вынужденных колебаний, обусловленных совместным действием сил тяжести и анизотропии ротора, причем по-прежнему решается сразу вся система уравнений движения системы соосных роторов. Уравнения вынужденных колебаний отдельного ротора под действием сил тяжести и характеризующие отдельный ротор матрицы **D** и **G**, приведены в [5.5]. Упругие и жесткие связи между роторами учитываются так же, как и выше. В результате решения находятся критические скорости второго рода и можно построить амплитудно-частотные характеристики для частоты 2ω.

Этот метод расчета может быть использован на стадии проектирования для оценки виброактивности КЭМ и допустимой степени анизотропии ротора $\mu=(I_1-I_2)/(I_1+I_2)$.

Для турбогенераторов мощностью 300 МВт обычной конструкции в результате расчетов и экспериментов было установлено [5.5], что машины удовлетворяют требованиям по уровню вибраций (двойная амплитуда вибраций с частотой 2ω составляет на опорах $2A\leqslant30$ мкм, на контактных кольцах $2A\leqslant200$ мкм), если коэффициент анизотропии $\mu\leqslant0{,}05$. Для КЭМ пока еще не выработана типовая конструкция и нельзя дать такие же четкие рекомендации по необходимому и достаточному ограничению коэффициента μ. Однако можно высказать следующие соображения общего характера:

1. В криотурбогенераторе можно повысить значения μ для внутреннего ротора со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения, так как остальные изотропные роторы и жесткие связи между ними пре-

пятствуют развитию вибрации в опорах, вызванной анизотропией одного из роторов.

2. Для устранения влияния анизотропии на вибрации желательно выполнять внутренний анизотропный ротор настолько жестким, чтобы в рабочем диапазоне угловых скоростей он колебался как твердое тело.

3. Если такое его исполнение неосуществимо по конструктивным соображениям, то для уменьшения влияния анизотропии целесообразно по возможности уменьшать относительную жесткость изотропных роторов по сравнению с жесткостью анизотропного ротора.

К сожалению, все эти соображения могут противоречить другим требованиям, предъявляемым к криостату, например требованию улучшения теплоизоляции внутреннего ротора посредством уменьшения сечения его подвесок. Стремление максимально удовлетворить противоречивым требованиям порождает многообразие конструктивных решений в проектах КЭМ.

5.3. Крутильные колебания

5.3.1. Уравнения движения и метод решения задачи

В криостате вращающиеся соосно роторы могут совершать относительно друг друга крутильные колебания, что определяет динамику системы.

При переходных режимах работы КЭМ на тонкие электропроводящие оболочки криостата действуют электродинамические радиальные и тангенциальные усилия и возмущающие крутящие электромагнитные моменты, которые могут вызвать в них большие механические напряжения. Это определяет актуальность задачи исследования динамики и прочности криостата при переходных режимах.

Расчет крутильных колебаний криостата как системы соосных роторов необходим для уточнения значений его собственных частот, а также коэффициентов динамичности скручивающих моментов. Такой расчет позволяет учесть распределение возмущающих моментов по роторам и экранам криостата, определить скручивающие моменты и напряжения в упругой подвеске ротора с обмоткой возбуждения, оценить эффективность подвески, сопоставить различные конструкции криостата КЭМ и выбрать ту из них, в которой скручивающие моменты на наиболее напряженных участках минимальны.

Метод расчета крутильных колебаний криостата как системы соосных роторов [5.6] заключается в решении системы уравнений движения сразу для всех роторов.

Крутильные колебания системы соосных роторов, связанных между собой упругими и жесткими связями, при действии возмущающих электромагнитных моментов описываются уравнением

$$\mathbf{A}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+\mathbf{C}\varphi+\mathbf{B}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\Delta\boldsymbol{M}_j\delta(x-x_j)=\boldsymbol{q}, \qquad (5.15)$$

где $\varphi(x, t)$—вектор углов закручивания роторов; x—продольная координата; **A**, **B**, **C**—матричные операторы инерционных, диссипативных и упругих сил, соответственно; $\Delta\mathbf{M}_j$—вектор скачка моментов, обусловленного жесткой связью в точке с координатой $x=x_j$; $\delta(x-x_j)$—дельта-функция Дирака; $\boldsymbol{q}(x, t)$—вектор возмущающих крутящих моментов, возникающих при переходных процессах.

Рассматриваемую систему соосных роторов переменного сечения характеризуют распределенные параметры: $\alpha_i(x)$—погонный массовый момент инерции i-го ротора; $GI_i(x)$—погонная жесткость на кручение (G—модуль сдвига, I_i момент инерции сечения i-го ротора при кручении) и дискретные параметры: A_{ij}—массовый момент инерции диска, сосредоточенного в j-й точке i-го ротора, $(s_{mn})_j$—жесткость на кручение упругой связи, сосредоточенной в j-й точке между m-м и n-м роторами.

Для рассматриваемой системы операторы **A** и **C** имеют вид

$$\mathbf{A}=\operatorname{diag}[\alpha_i+A_{ij}\delta(x-x_j)] \quad (i=1, 2,\ldots, k); \qquad (5.16)$$

$$\mathbf{C}=\mathbf{C}_1+\mathbf{C}_2; \qquad (5.17)$$

$$\mathbf{C}_1=\operatorname{diag}\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(GI_i(x)\frac{\partial}{\partial x}\ldots\right)\right], \qquad (5.18)$$

где k—число роторов; $\mathbf{C}_2$—симметричная матрица, обусловленная упругой связью m-го и n-го роторов, ненулевые элементы которой имеют вид

$$(c_2)_{mm}=(c_2)_{nn}=-(c_2)_{mn}=\\=-(c_2)_{nm}=s_{mn}\delta(x-x_j). \qquad (5.19)$$

Матричный оператор диссипативных сил

$$\mathbf{B}=\eta_1\mathbf{C}_1+\eta_2\mathbf{C}_2, \qquad (5.20)$$

где η_1 и η_2—коэффициенты трения в материале ротора и в упругой опоре соответственно.

По гипотезе Фойхта $\eta_1=\bar{\eta}_1=\text{const}$; по гипотезе Бокка $\eta_1=\bar{\eta}_1/\omega$, по гипотезе вязко-упругого тела $\eta_1=\eta_1(\omega)$; ω—частота изменения деформации.

Вектор скачка моментов $\Delta\mathbf{M}_j$ имеет k-й порядок. Ненулевые элементы вектора $(\Delta\mathbf{M}_j)_m = (-\Delta\mathbf{M}_j)_n$ относятся к m-му и n-му роторам, соединенным жесткой связью.

Вектор возмущающих крутящих моментов

$$\mathbf{q}(x, t) = [q_1(x, t), q_2(x, t), \ldots, q_k(x, t)]^{\mathrm{T}}, \qquad (5.21)$$

где $q_i(x, t) = \bar{M}_i(t)/l_i$ — распределенный по длине l_i ротора i момент, полученный из расчета электромагнитных моментов, возникающих во всех роторах криостата при переходных процессах.

Согласно [5.6] возмущающий крутящий момент $\bar{M}_i(t)$ рассчитывается как сумма электромагнитных моментов, обусловленных взаимодействием тока i-го ротора и электромагнитных полей остальных роторов и статора. Сумма всех возмущающих крутящих моментов $\bar{M}_i(t)$, действующих на отдельные роторы, равна возмущающему моменту $M_c(t) = \sum_{i=1}^{k} \bar{M}_i(t)$, действующему на весь криостат в целом и на статор КЭМ.

Для решения системы уравнений (5.15) используем метод разложения по формам собственных колебаний [5.4]. Решение имеет вид

$$\boldsymbol{\varphi}(x, t) = \sum_{n=1}^{N_1} \boldsymbol{\Phi}_n(x)\, a_n(t), \qquad (5.22)$$

где

$$\boldsymbol{\Phi}_n(x) = [\Phi_{n1}(x), \Phi_{n2}(x), \ldots \\ \ldots, \Phi_{ni}(x), \ldots, \Phi_{nk}(x)]^{\mathrm{T}}; \qquad (5.23)$$

$\Phi_{ni}(x)$ — собственная n-я форма колебаний i-го ротора; N_1 — число учитываемых форм колебаний; $a_n(t)$ — неизвестные функции времени, соответствующие n-й форме собственных колебаний системы соосных роторов.

Собственные формы колебаний удовлетворяют системе однородных уравнений (5.15), в которых $\mathbf{q}=0$, $\mathbf{B}=0$, и всем граничным условиям. Для собственных форм колебаний справедливы условия ортогональности [5.4]

$$\int_0^L \boldsymbol{\Phi}_m^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Phi}_n dx = 0, \quad \int_0^L \boldsymbol{\Phi}_m^{\mathrm{T}} \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi}_n dx = 0, \quad (m \neq n) \qquad (5.24)$$

и формула Релея

$$\omega_n^2 = \int_0^L \boldsymbol{\Phi}_n^{\mathrm{T}} \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi}_n dx \Big/ \int_0^L \boldsymbol{\Phi}_n^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \boldsymbol{\Phi}_n dx, \qquad (5.25)$$

где L — длина, одинаковая для всех соосных роторов; ω_n — собственная n-я частота крутильных колебаний системы соосных роторов.

Подставив (5.22) в (5.15) и требуя ортогональности полученного вектора к вектору базисных функций $\boldsymbol{\Phi}_n(x)$ (процедура метода Бубнова—Галеркина), после необходимых преобразований с использованием соотношений (5.24) и (5.25) получим систему уравнений для неизвестных функций времени $a_n(t)$:

$$\ddot{a}_n(t) + \omega_n^2 a_n(t) + \sum_{m=1}^{N_1} b_{nm} \dot{a}_m(t) = \frac{1}{\mu_n} Q_n(t) \\ (n = 1, 2, \ldots, N_1). \qquad (5.26)$$

Здесь обозначено:

$$\left.\begin{aligned} \mu_n &= \int_0^L (\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_n)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}_n dx = \sum_{i=1}^{k} \left[\int_0^L \alpha_i(x) \Phi_{ni}^2(x) dx + \sum_j A_{ij} \Phi_{ni}^2(x_j) \right], \\ Q_n(t) &= \int_0^L \boldsymbol{q}(x, t)\, \boldsymbol{\Phi}_n(x)\, dx = \sum_{i=1}^{k} \int_0^L q_i(x, t)\, \Phi_{ni}(x)\, dx, \\ b_{nm} &= \frac{1}{\mu_n} \int_0^L \boldsymbol{\Phi}_m^{\mathrm{T}} \mathbf{B} \boldsymbol{\Phi}_n dx. \end{aligned}\right\} \qquad (5.27)$$

Система (5.26) в общем случае является связанной из-за наличия диссипативных сил, но если коэффициенты $\eta_1 = \eta_2 = \eta$, уравнения системы (5.26) разделяются [$b_{nm} = 0$ $(n \neq m)$, $b_{nn} = \eta\omega_n^2$] и решение каждого из уравнений может быть представлено в виде ингеграла Дюамеля:

$$a_n(t) = \frac{1}{\mu_n \bar{\omega}_n} \int_0^t Q_n(\tau)\, e^{-\varepsilon_n (t-\tau)} \sin \bar{\omega}_n (t - \tau)\, d\tau, \qquad (5.28)$$

где

$$\bar{\omega}_n = \sqrt{\omega_n^2 - \varepsilon_n^2}, \quad \varepsilon_n = b_{nn}/2\mu_n.$$

В общем случае решение системы (5.26), а также общее решение задачи (5.22) при заданном векторе возмущающих моментов $\boldsymbol{q}$ можно получить методом численного интегрирования с использованием ЭВМ.

Необходимое число форм колебаний выбирается на основе анализа общего решения (5.22) и влияния на него высших форм колебаний.

Кроме (5.22) можно получить решение для скручивающих моментов, действующих в каждом сечении всех роторов,

$$\boldsymbol{M}(x,\ t)=\sum_{n=1}^{N_1}\boldsymbol{M}_n(x)\,a_n(t), \qquad (5.29)$$

где $\boldsymbol{M}_n(x)$ — собственная n-я форма скручивающего момента при крутильных колебаниях системы соосных роторов, которую находят одновременно с собственной формой угла закручивания.

5.3.2. Определение собственных частот и форм крутильных колебаний

Собственные частоты и формы крутильных колебаний можно найти из решения системы однородных уравнений (5.15) методом начальных параметров подобно определению частот и форм изгибных колебаний. При этом входящие в рекуррентную формулу (5.4) вектор $\boldsymbol{V}$ и матрицы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{G}$ имеют вид (5.5), однако составляющие этих векторов и матриц — блоки $\boldsymbol{V}_i$, $\mathbf{D}_i$ и $\mathbf{G}_i$ — записываются в форме, характерной для крутильных колебаний [5.7]:

$$\boldsymbol{V}_{ij}=\left\|\begin{matrix}\varphi\\ M\end{matrix}\right\|_{ij},\quad \mathbf{G}_{ij}=\left\|\begin{matrix}1 & 0\\ A\omega^2 & 1\end{matrix}\right\|_{ij},$$

$$\mathbf{D}_{ij}=\left\|\begin{matrix}\cos\lambda & -\dfrac{l}{\lambda GI}\sin\lambda\\ \dfrac{\lambda GI}{l}\sin\lambda & \cos\lambda\end{matrix}\right\|_{ij}, \qquad (5.30)$$

где φ_{ij} и M_{ij} — угол закручивания и скручивающий момент в j-м сечении i-го ротора; A_{ij} — массовый момент инерции, сосредоточенный в j-м сечении i-го ротора; GI_{ij} и l_{ij} — крутильная жесткость и длина j-го участка i-го ротора.

Для параметра λ_{ij} справедливо соотношение

$$\lambda_{ij}^2=(l^2\alpha\omega^2/GI)_{ij}, \qquad (5.31)$$

где α_{ij} — погонный массовый момент инерции j-го участка i-го ротора.

Если расчетная схема представляет собой дискретную систему, в которой все массовые моменты инерции сосредоточены в узлах, а участки принимаются безмассовыми, то

$$\mathbf{D}_{ij}=\left\|\begin{matrix}1 & -\dfrac{l}{GI}\\ 0 & 1\end{matrix}\right\|_{ij}. \qquad (5.32)$$

Входящая в (5.4) блочная матрица $\mathbf{S}$ узла с сосредоточенной упругой связью между роторами подобна матрице для изгибных колебаний, но имеет вдвое меньший порядок, как и все матрицы, определяющие крутильные колебания. Блоки, характеризующие роторы, не связанные с опорой, имеют вид единичной матрицы второго порядка, если они являются диагональными, а в остальных случаях эти блоки равны нулевой матрице. Блоки, характеризующие упруго связанные между собой k-й и l-й роторы, имеют вид

$$\mathbf{S}_{kk}=\mathbf{S}_{ll}=\left\|\begin{matrix}1 & 0\\ -s_{kl} & 1\end{matrix}\right\|;\quad \mathbf{S}_{kl}=\mathbf{S}_{lk}=\left\|\begin{matrix}0 & 0\\ s_{kl} & 0\end{matrix}\right\|. \qquad (5.33)$$

Наличие жесткой связи между роторами в точке A (см. рис. 5.2) учитывается скачком скручивающего момента на неизвестное приращение ΔM_A, воздействующего на оба связанных ротора. Как следствие в рекуррентной формуле (5.4) для точки A происходит скачок вектора деформированного состояния на вектор $\Delta\boldsymbol{V}_A$ порядка $2k$ с ненулевыми блоками, характеризующими связанные между собой k-й и l-й роторы:

$$(\Delta\boldsymbol{V}_A)_k=-(\Delta\boldsymbol{V}_A)_l=\left\|\begin{matrix}0\\ \Delta_A\end{matrix}\right\|. \qquad (5.34)$$

Жесткая связь между роторами характеризуется кроме ΔM_A еще равенством углов закручивания k-го и l-го роторов в точке A:

$$(\varphi_A)_k=(\varphi_A)_l. \qquad (5.35)$$

Следовательно, при крутильных колебаниях каждая жесткая связь между роторами приводит к возникновению дополнительных неизвестого и уравнения.

Далее, как и для изгибных колебаний, по (5.9) получаются векторы деформированного состояния непосредственно слева и справа от точки A установки жесткой связи, по (5.11) находится вектор $\boldsymbol{V}_N$ на правом конце системы роторов. С использованием граничных условий и условий связи (5.35) составляется однородная система алгебраических уравнений относительно неизвестных начальных параметров и неизвестных скачков скручивающего момента. Из решения этой системы находят собственные частоты ω_n крутильных колебаний и соответствующие им собственные формы колебаний угла закручивания $\boldsymbol{\Phi}_n(x)$ и скручивающего момента $M_n(x)$.

В качестве примера запишем граничные условия, условия связи и разрешающий определитель $\boldsymbol{\Psi}(\omega)$ в случае системы трех соосных роторов с одной жесткой связью между первым и вторым роторами и со свободными концами всех роторов:

а) граничные условия

$$(M_0)_i=(M_N)_i=0 \quad (i=1,\ 2,\ 3); \tag{5.36}$$

б) условие связи $(\varphi_A)_1=(\varphi_A)_2$;

в) условие нахождения собственных частот

$$\Psi(\omega)=\begin{Vmatrix} w_{21} & w_{23} & w_{25} & (p_{22}^2-p_{24}^2) \\ w_{41} & w_{43} & w_{45} & (p_{42}^2-p_{44}^2) \\ w_{61} & w_{63} & w_{65} & (p_{62}^2-p_{64}^2) \\ (p_{11}^1-p_{31}^1) & (p_{13}^1-p_{33}^1) & (p_{15}^1-p_{35}^1) & 0 \end{Vmatrix}=0. \tag{5.37}$$

Здесь w_{ij}, p^1_{ij} и p^2_{ij} — элементы матриц **W**, $\mathbf{\Pi}_1$ и $\mathbf{\Pi}_2$ из (5.11).

Порядок определителя (5.37) (k_1+k_2) зависит от числа k_1 соосных роторов и числа k_2 жестких связей между ними.

В задаче крутильных колебаний также можно предварительно исключить часть неизвестных и получить для $\Psi(\omega)$ порядок k_1 [5.2].

5.3.3. Пример расчета

Применение описанного метода расчета иллюстрируем на примере исследования крутильных колебаний криостата генератора мощностью 200 кВт при симметричном и несимметричном внезапных коротких замыканиях из предшествующего режима холостого хода.

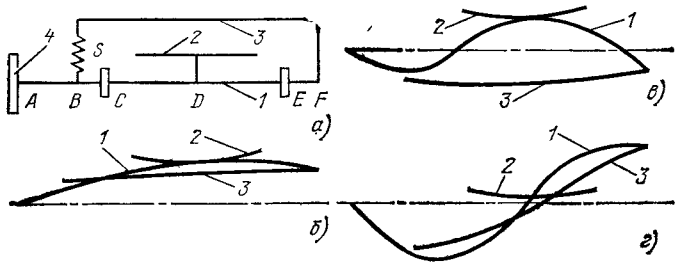


Рис. 5.5. Схема криостата с тремя соосными роторами (*а*) и формы крутильных колебаний (*б—г*):
б — при $\omega_1=629$ с$^{-1}$; *в* — при $\omega_2=3711$ с$^{-1}$; *г* — при $\omega_3=7189$ с$^{-1}$

На расчетной схеме криостата (рис. 5.5,*а*) обозначено: *1* — внутренний вал, *2* — ротор со сверхпроводниковой обмоткой, *3* — наружный корпус криостата, *4* — турбина.

Расположенный между *2* и *3* тепловой экран, состоящий из двух частей, учитывался с помощью сосредоточенных на валу *1* в точках *C* и *E* масс с эквивалентным моментом инерции. Действующий на

экран возмущающий крутящий момент также прикладывался к валу *1* в точках *C* и *E*.

В расчетной схеме учитываются две жесткие связи: вала *1* с ротором *2* в точке *D* и с корпусом *3* в точке *F*. Жесткость упругой связи $s=3{,}6\cdot10^9$ Нм/рад соответствует жесткости на кручение мембраны, соединяющей *1* и *3* в точке *B*.

Собственные формы крутильных колебаний угла закручивания ротором криостата при первых трех собственных частотах ω_1, ω_2, ω_3 показаны на рис. 5.5,*б—г*. Кривые *1—3* соответствуют номерам роторов на схеме рис. 5.5,*а*.

Низшая частота $\omega_1=629{,}4$ с$^{-1}$ определяется жесткостью участка *AB* вала *1* между криостатом и турбиной. Остальные, более жесткие роторы колеблются при низких возбуждающих частотах как единое твердое тело. Поэтому низкочастотная составляющая полного возмущающего крутящего момента M_c действует на участок *AB* независимо от того, к какому из роторов приложен M_c. Участок *AB* имеет наименьшее сечение и определяет прочность всего криостата.

Высшие формы колебаний отличаются от низших не обязательно увеличенным числом узлов, как в одноосном роторе. Для ω_2, ω_3 характерно повышение потенциальной энергии деформации всей системы соосных роторов при обязательном выполнении условий ортогональности (5.24).

Рассматривались различные схемные варианты исполнения экранов.

1а) Экран, выполняющий одновременно функции теплового и электромагнитного экранов, расположен в холодной зоне и изготовлен из сплава АМГ.

1б) Экран с теми же функциями расположен также в холодной зоне, но выполнен из меди.

2а) Электромагнитный экран из меди жестко укреплен на тепловом корпусе *3*, тепловой экран из сплава АМГ размещен в холодной зоне согласно схеме рис. 5.5,*а*.

2б) То же с упругим закреплением электромагнитного экрана на корпусе.

Для этих вариантов на графиках рис. 5.6 показаны зависимости от времени относительных расчетных значений для возмущающих крутящих моментов $\gamma_i=\overline{M}_i(t)/M_{\text{ном}}$ $(i=1,\ 2,\ 3)$ и $\gamma_c=M_c/M_{\text{ном}}$, действующих на отдельные соосные роторы и криостат в целом (или на статор) при внезапных коротких замыканиях якоря (трехфазном симметричном и двухфазном на нейтраль) и для соответствующих мощностей тепловых потерь в экранах $p_i=P_i(t)/P_{\text{ном}}$. В качестве нормирующих делителей приняты номинальные крутящий момент $M_{\text{ном}}$ и мощность $P_{\text{ном}}$ генератора.

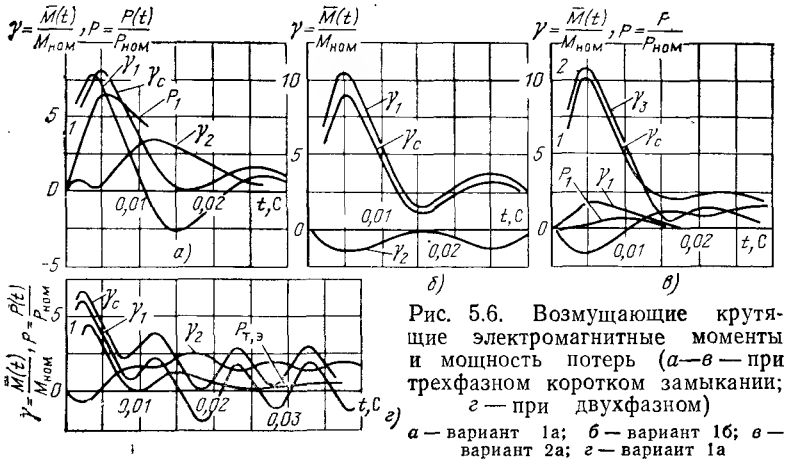


Рис. 5.6. Возмущающие крутящие электромагнитные моменты и мощность потерь (*а—в* — при трехфазном коротком замыкании; *г* — при двухфазном)

а — вариант 1а; *б* — вариант 1б; *в* — вариант 2а; *г* — вариант 1а

Анализ графиков позволяет выявить следующие общие закономерности.

Применение медного электромагнитного экрана снижает момент, действующий на ротор *2*, но повышает остальные моменты, действующие на другие роторы и весь криостат. Возрастание M_c обусловлено реакцией токов медного экрана, уменьшающей сверхпереходное продольное сопротивление x_d'' и увеличивающей соответствующую составляющую тока обмотки статора.

На электромагнитный экран в вариантах 1б и 2а действуют одинаковые возмущающие крутящие моменты и изгибающие радиальные и тангенциальные электродинамические силы. Однако в варианте 1б возникающие в экране изгибающие моменты и механические напряжения от них получаются меньше, чем в варианте 2а, в котором экран имеет больший радиус.

Отводимая хладагентом энергия потерь составляет 3700, 360, 70 Дж в вариантах 1а, 2а, 1б сооответственно.

Все эти закономерности необходимо принимать во внимание при выборе схемного варианта конструкции экрана и при оценках прочности и надежности машин, а также их технико-экономических показателей.

Время переходного процесса трехфазного короткого замыкания $t_{к,з}\approx 0{,}02$ с определяется электромагнитной постоянной времени обмотки якоря $\tau_a=0{,}0183$ с и близко к периоду T изменения основной гармоники поля при частоте 50 Гц. Это характерно для КЭМ, предназначенных

для автономной работы. В крупных турбогенераторах $\tau_a\approx 0{,}2$ с обусловливает $t_{к,з}\approx 10$ Т, что существенно влияет на динамику всей машины.

Аналогичные показатели (время действия ударного возмущающего момента и его величина) характерны для двухфазного короткого замыкания на нейтраль и однофазного короткого замыкания, причем в последнем случае величина ударного момента меньше. Однако в этих случаях возникает незатухающий (вплоть до отключения обмотки якоря) момент, частота изменения которого равна двойной частоте поля $f_2=100$ Гц. Хотя наибольшее относительное значение этого момента, действующего на криостат, не превосходит $\bar{\gamma}_c=1{,}4$, этот момент может оказаться критичным при расчете прочности криостата, если собственная частота крутильных колебаний его близка к 100 Гц.

При расчете собственных частот крутильных колебаний криостата указывалось, что его прочность при колебаниях определяется прочностью участка *AB* вала *1* (см. рис. 5.5,*а*).

На рис. 5.7 в зависимости от времени показаны расчетные относительные значения $\gamma_{AB}=M_{AB}/M_{ном}$ момента M_{AB}, скручивающего участок *AB* вала *1* в процессе крутильных колебаний при внезапном трехфазном коротком замыкании для схемных вариантов 1а и 2б. Из рис. 5.7 видно, что максимальный скручивающий момент на участке *AB* в схеме 1а при трехфазном коротком замыкании может достигать значений $M_{AB}=14M_{ном}$, что определяет большие трудности при проектировании криостата, выдерживающего такие нагрузки.

Из сравнения рис. 5.6,*а* и 5.7 видно, что для наибольших значений возмущающего M_c и скручивающего момента M_{AB} коэффициент динамичности $K_д=M_{ABmax}/M_{cmax}=1{,}74$.

При двухфазном замыкании на нейтраль могут возникнуть еще большие скручивающие моменты, вызванные действием незатухающей составляющей возмущающего момента. Угловая скорость этого момента $\omega=2\pi f=628$ с$^{-1}$ ($f=100$ Гц) практически совпадает с первой собственной частотой крутильных колебаний $\omega_1=629{,}4$ с$^{-1}$, т. е. в системе возникает резонанс.

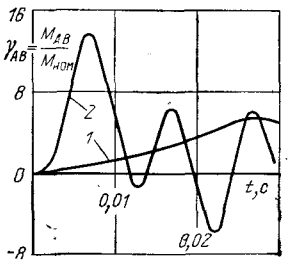


Рис. 5.7. Скручивающий момент на участке вала *AB*:

1 — для варианта 1а; *2* — для варианта 2б

Используя только одну первую форму колебаний и не учитывая демпфирование, получим из (5.27) и (5.28) зависимость нарастания скручивающего момента M_{AB} от времени при резонансе:

$$\frac{M_{AB}}{M_{\text{ном}}}=\bar{\gamma}_c\frac{1}{\mu_1}\sum_{i=1}^{k}\frac{\varepsilon_i}{l_i}\int_{x_{0i}}^{(x_{0i}+l_i)}\Phi_{1i}dxM_{1AB}\frac{t}{2\omega_1}\sin\omega_1 t, \quad (5.38)$$

где $\bar{\gamma}_c=M_{cm}/M_{\text{ном}}=1{,}4$ (M_{cm} — амплитуда гармоники 100 Гц возмущающего момента, действующего на весь криостат); ε_i — коэффициент, определяющий долю возмущающего момента, приходящуюся на i-й ротор ($\sum_{i=1}^{k}\varepsilon_i=1$) и равномерно распределенную на участке $[x_{0i}, (x_{0i}+l_i)]$ длиной l_i; M_{1AB} — на участке AB, соответствующий первой форме собственных колебаний.

Для рассматриваемого примера (5.38) принимает вид

$$M_{AB}/M_{\text{ном}}=0{,}509\bar{\gamma}_c\omega_1 t\sin\omega_1 t. \quad (5.39)$$

Согласно (5.39) за время $t\geqslant 0{,}04$ с скручивающий момент M_{AB} превысит значение $M\geqslant 14M_{\text{ном}}$ и станет даже больше максимального ударного момента при трехфазном коротком замыкании.

Из первого уравнения системы (5.26) с учетом (5.27) для установившихся резонансных колебаний с демпфированием получим в рассматриваемом примере

$$M_{AB}/M_{\text{ном}}=1{,}018\pi\bar{\gamma}_c/\Delta, \quad (5.40)$$

где Δ — логарифмический декремент колебаний; $\bar{\gamma}_c$ — то же, что в (5.38).

Чтобы получить $M_{AB}\leqslant 14M_{\text{ном}}$, в систему нужно ввести практически недостижимое демпфирование $\Delta\geqslant 0{,}4$.

Для обеспечения прочности криостата необходимо отстроить его собственные частоты крутильных колебаний от частоты незатухающей гармоники возмущающего электромагнитного момента при несимметричных внезапных коротких замыканиях.

Числовые коэффициенты 0,509 и 1,018 в (5.39) и (5.40) близки к известным значениям 0,5 и 1,0 коэффициентов из аналогичных задач для системы с одной степенью свободы. Это косвенно подтверждает, что динамика системы на

участке AB практически полностью определяется первой формой колебаний.

Механические напряжения в криостате в процессе крутильных колебаний можно уменьшить путем упругой подвески электромагнитного экрана к наружному корпусу криостата. При замене жесткой связи в точке F и упругой связи в точке B с жесткостью $s=3{,}6\cdot 10^8$ Нм/рад на две упругие связи с жесткостью каждой на кручение $s=3{,}6\cdot 10^3$ Нм/рад собственные частоты крутильных колебаний криостата становятся равными $\omega_1=62{,}9$ с$^{-1}$, $\omega_2=797$ с$^{-1}$.

Таким образом удается отстроить первую собственную частоту криостата от частоты незатухающей гармоники возмущающего электромагнитного момента при двухфазном замыкании и избежать возникновения резонансных явлений. Уменьшение первой собственной частоты способствует также уменьшению коэффициента динамичности на участке AB при трехфазном замыкании: $K_д=0{,}6$ вместо $K_д=1{,}74$ в случае жесткого закрепления экрана (см. кривые *1* и *2* на рис. 5.7).

Особый интерес представляет исследование момента $M_п$, скручивающего подвеску ротора со сверхпроводниковой обмоткой, — одного из наиболее ответственных и нагруженных узлов КЭМ.

В случае слабого влияния крутильных колебаний роторов на динамику криостата, например для низкочастотных возмущений, скручивающие моменты в отдельных узлах системы можно определить непосредственно из уравнений равновесия системы, находящейся под действием внешних и инерционных сил. В частности,

$$M_п=q_2-J_2(q_1+q_3)/(J_\Sigma-J_2), \quad (5.41)$$

где J_2 — момент инерции ротора со сверхпроводниковой обмоткой; $J_\Sigma=\sum_{i=1}^{4}J_i$ — момент инерции всего криостата и турбины; q_i ($i=1, 2, 3$) — внешние моменты, действующие на каждый из роторов криостата.

Найдем соотношение возмущающих электромагнитных моментов на экране и роторе с обмоткой, при котором на подвеске этого ротора скручивающий момент $M_п=0$. Согласно (5.41) при $M_п=0$

$$\psi=q_2/(q_1+q_3)=J_2/J_\Sigma-J_2, \quad (5.42)$$

откуда следует, что минимальный момент на подвеске ро-

тора с обмоткой возбуждения оказывается при определенном несовершенстве электромагнитного экрана.

Оптимальный электромагнитный экран должен пропускать на ротор ψ-ю часть возмущающего крутящего момента при внезапном коротком замыкании, что ведет к уменьшению массы меди в экране и снижению уровня возмущающих электромагнитных моментов, приложенных к криостату.

Для турбогенераторов, имеющих соотношение моментов инерции $\psi \leqslant 0{,}1$, желательно стремиться к полному экранированию ротора с обмоткой. Для криодвигателей $\psi \geqslant 0{,}5$.

Наибольшие значения ψ получаются для синхронно-асинхронных КЭМ, у которых отсутствует механическая нагрузка на валу криостата и $J_4=0$. Для этих машин проектировать экран надо так, чтобы он пропускал на ротор с обмоткой ψ-ю часть ударного момента.

5.4. Электродинамические усилия в экранах при переходных процессах

При переходных процессах в КЭМ кроме ударного крутящего электромагнитного момента, вызывающего крутильные колебания, возникают радиальные и тангенциальные электродинамические силы, деформирующие все оболочки криостата и статор.

Расчет напряжений в оболочках криостата от действия только радиальных электродинамических сил приводится в [1.4]. В [5.8] показано, что тангенциальные электродинамические силы могут существенным образом влиять на напряженно-деформированное состояние оболочек криостата.

Зная направления токов в обмотках якоря и возбуждения и токов, индуктированных в электропроводящих оболочках, можно по закону Ампера определить направление действия электродинамических сил.

На рис. 5.8 представлены эпюры сил, действующих на оболочку экрана, находящегося между якорем и ротором со сверхпроводниковой обмоткой в двухполюсном криотурбогенераторе при взаимодействии магнитных полей обмоток якоря и возбуждения с током в этой оболочке, индуктированным потоком реакции якоря.

Во всех трех режимах на оболочку действуют тангенциальные и радиальные усилия, а для случая активной нагрузки (рис. 5.8,*в*) дополнительно действует крутящий

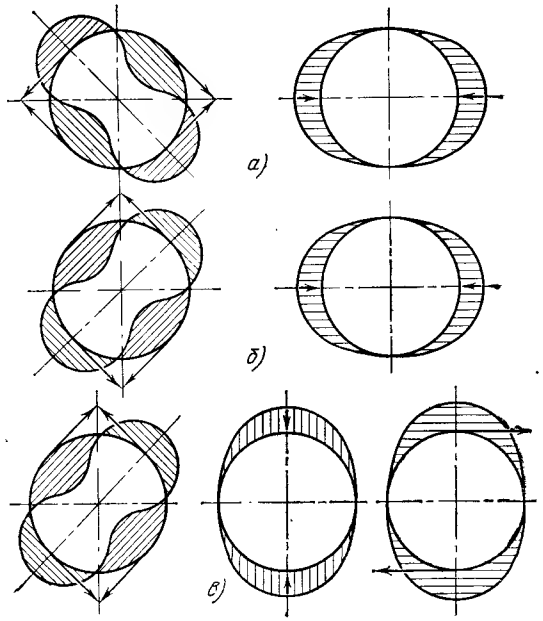


Рис. 5.8. Эпюры электродинамических сил в экране при протекании тока:
а — индуктивного; *б* — емкостного; *в* — активного

момент. Из рис. 5.8, видно, что взаимное направление равнодействующих радиальных и тангенциальных усилий получается встречным для случая индуктивной нагрузки (рис. 5.8,*а*) и согласным для емкостной нагрузки (рис. 5.8,*б*). Любой случай смешанной нагрузки характеризуется наложением соответствующих эпюр распределения сил в экране. Следовательно, режиму емкостного тока соответствуют наибольшие электродинамические усилия и механические напряжения. Согласно [5.8] радиальные и тангенциальные силы выражаются в виде

$$q_i = a_i + b_i \cos 2p\alpha + c_i \sin 2p\alpha, \quad i=1,\ 2,\ 3, \qquad (5.43)$$

где p — число пар полюсов; q_1 и q_2 — радиальные усилия, вызванные полем обмотки якоря и обмотки возбуждения, соответственно; q_3 — тангенциалньое усилие, вызванное полем обмотки возбуждения (тангенциальное усилие, вызванное полем якоря, существенно меньше).

Коэффициенты a_i, b_i и c_i зависят от значений токов в обмотках и индукции магнитного поля.

Определение напряжений в оболочках криостата от действия электродинамических сил сводится в простейшем случае к решению ряда статических задач (в частности, для КЭМ небольшой мощности, у которых собственные частоты изгибных колебаний экранов значительно выше частоты изменения поля и электродинамических усилий, допустимо пренебрегать влиянием динамики оболочек при определении напряжений в них от действия электродинамических сил).

На основании [5.9] собственные частоты колебаний экрана можно оценить по соотношению для тонкого кольца при $n \geqslant 2$:

$$\omega_n^2 = \frac{n^2(n^2-1)^2}{n^2+1}\,\frac{EI}{\rho R^4}, \qquad (5.44)$$

где R — радиус кольца; I — момент инерции его сечения; ρ — масса единицы длины кольца; E — модуль упругости материала; n — число изгибных волн ($n=2$ соответствует изгибу кольца по эллиптической форме).

Так как токи в различных обмотках и токонесущих оболочках и соответствующие электродинамические силы по-разному зависят от времени, то для выявления максимальных напряжений в экранах необходимо решать последовательность статических задач прочности экранов для различных фиксированных моментов времени в течение первого полупериода изменения поля. В дальнейшем токи в экране резко затухают и усилия существенно уменьшаются.

Так как проектируемые в настоящее время КЭМ обычно имеют достаточно длинные оболочки криостатов, удовлетворяющие условию (5.1), пренебрегаем влиянием краевого эффекта, полагаем распределение усилий по всей длине экрана равномерным и для оценки напряженного состояния экрана рассматриваем задачу прочности тонкого кольца, нагруженного радиальными и тангенциальными статическими силами (5.43).

Согласно [5.1] основные дифференциальные соотношения для тонкого кольца имеют вид

$$dN/d\alpha + Q + q_\tau R = 0; \quad dM/d\alpha + QR = 0;$$
$$\theta = (du/d\alpha + v)/R; \quad dQ/d\alpha - N - q_r R = 0;$$
$$M = -EI\,d\theta/R\,d\alpha; \quad u = dv/d\alpha, \qquad (5.45)$$

где N и Q — соответственно продольная и поперечная силы; M — изгибающий момент; u и v — соответственно радиальное и тангенциальное

перемещения сечения кольца; θ — угол поворота сечения кольца в его плоскости; α — угловая координата по окружности кольца; I и R — момент инерции сечения кольца и его радиус; q_r и q_τ — соответственно радиальная и тангенциальная внешние силовые нагрузки.

Рассматриваемая задача определения напряжений в кольце является линейной, в связи с чем можно искать напряжения отдельно от каждой составляющей системы сил (5.43).

Гармонические составляющие радиальных и тангенциальных сил (5.43) вызывают изгибные деформации кольца, для определения которых из зависимостей (5.45) с учетом (5.43) получают уравнение шестого порядка относительно тангенциального перемещения v:

$$\frac{d^6v}{d\alpha^6} + 2\frac{d^4v}{d\alpha^4} + \frac{d^2v}{d\alpha^2} = \frac{R^4}{EI}\left(\frac{dq_r}{d\alpha} - q_\tau\right) =$$
$$= \frac{R^4}{EI}\{[2p(c_1+c_2)-b_3]\cos 2p\alpha - [2p(b_1+b_2)+c_3]\sin 2p\alpha\}. \qquad (5.46)$$

Решение (5.46) имеет вид

$$v = v_1 + v_2 = A\cos 2p\alpha + B\sin 2p\alpha. \qquad (5.47)$$

Подставляя (5.47) в (5.46), находим коэффициенты

$$A = -\frac{R^4}{EI}\,\frac{2p(c_1+c_2)-b_3}{(2p)^2[(2p)^2-1]^2}, \quad B = \frac{R^4}{EI}\,\frac{2p(b_1+b_2)+c_3}{(2p)^2[(2p)^2-1]^2}. \qquad (5.48)$$

На основании (5.45), (5.47) и (5.48) получаем все деформационные и силовые параметры, которые будут иметь косинусные (с индексом 1) и синусные (с индексом 2) составляющие, пропорциональные коэффициентам (5.48). Максимальные значения этих параметров равны средним квадратичным из синусных и косинусных составляющих, в частности

$$M_{max} = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}; \quad \sigma^{и}_{max} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = 3EhR^{-2}\sqrt{A^2+B^2},$$

где h — толщина оболочки.

В качестве примера решения задачи прочности криостата при переходных процессах приведем итоги расчета напряжений изгиба в электромагнитном экране двухполюсного криотурбогенератора мощностью 200 кВт (см. вариант 1а в § 5.3).

При трехфазном коротком замыкании из режима холостого хода максимальные напряжения от действия из-

гибающего момента M_{max} равны $\sigma_{max}^{и}=2{,}19\cdot10^7$ Н/м². Максимальные напряжения возникают в момент времени, соответствующий углу $\omega t=\pi/2$. Тангенциальные силы направлены таким образом, что уменьшают напряжения изгиба от действия радиальных сил. Наиболее опасны для прочности экранов режимы асинхронного хода генератора или синхронизации его с сетью, когда возможны броски реактивного тока якоря, создающего намагничивающую МДС реакции якоря. При этом тангенциальные силы направлены так, что увеличивают напряжения от действия радиальных сил и максимальные напряжения от действия изгибающего момента равны $\sigma_{max}^{и}=3{,}9\cdot10^7$ Н/м².

Из (5.45) и (5.48) следует, что при увеличении радиуса экрана изгибающие моменты и соответствующие напряжения возрастают пропорционально R^2, на что уже указывалось при анализе различных вариантов установки электромагнитного экрана (см. § 5.3).

Увеличение мощности КЭМ и электромагнитных нагрузок в активных зонах приводит к возрастанию напряжений изгиба в экране, которые могут стать определяющими при оценке прочности криостата.

Обеспечение прочности экранов для крупных турбогенераторов осложняется дополнительно тем, что собственные частоты экранов по (5.44) становятся близкими к частотам изменения электродинамических сил. При этом нельзя ограничиться определением напряжений в статике, как делалось выше, а необходимо учитывать увеличение напряжений из-за коэффициента динамичности и возможность проявления резонансных явлений.

Влияние динамики на напряженное состояние экранов учитывалось в [1.4], где изложено решение задачи определения напряжений в экранах при их установившихся вынужденных колебаниях, вызванных воздействием гармонических радиальных электродинамических сил, возникающих в процессе внезапного короткого замыкания.

В действительности при различных переходных процессах возникающие электродинамические силы могут носить не только характер незатухающих гармоник, но и характер кратковременного ударного импульса подобно возмущающим крутящим моментам, зависимости которых от времени показаны в § 5.3. При определении напряжений в экранах при нестационарных колебаниях под действием сил, подобным образом зависящих от времени, можно применить метод разложения решения по формам собственных колебаний аналогично изложенному в § 5.3.

5.5. Температурные напряжения в тепловом мосте

Тепловой мост соединяет ротор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения, работающей при температуре жидкого гелия, с наружным корпусом криостата, находящимся при комнатной температуре.

В связи с тем что тепловой мост служит узлом упругой подвески ротора со сверхпроводниковой обмоткой и одновременно в нем происходит основной перепад температур, все элементы моста (цилиндры, диски, спицы и др.) подвержены одновременному действию статических и динамических силовых нагрузок и действию температурных напряжений, возникающих из-за разности температур на противоположных концах моста.

Сечение моста должно быть минимальным, чтобы увеличить термическое сопротивление для теплопритоков от наружных элементов криостата в холодную зону и снизить расход жидкого гелия. Это же сечение должно обеспечить необходимую жесткость криостата при изгибных и крутильных колебаниях, а также необходимую прочность при колебаниях, при передаче крутящего момента, при вращении от действия центробежных сил и при действии температурных напряжений.

Для удовлетворения этих противоречивых требований разработаны разнообразные схемы и конструкции тепловых мостов, которые сводятся: 1) к многоцилиндровым «зигзагообразным» устройствам, имеющим целью увеличить длину моста, 2) к схемам консольной подвески ротора со сверхпроводниковой обмоткой, 3) к конструкциям с упругими элементами (диафрагмами, сильфонами и т. п.), компенсирующими температурные деформации и уменьшающими напряжения.

Методы расчета температурных напряжений в характерных конструктивных элементах (стержнях, пластинах, дисках, цилиндрах) с постоянным и переменным сечением при различных условиях их нагрева и закрепления изложены в [5.1, 5.10, 5.11].

Приведем соотношения для расчета этих напряжений в простейших случаях.

При изменении температуры T стержня с закрепленными концами на величину ΔT в нем возникают температурные напряжения

$$\sigma_T=E\alpha_T\Delta T, \tag{5.49}$$

где E — модуль упругости; α_T — коэффициент линейного расширения или сжатия материала, значения которого в зависимости от температуры приведены в [5.12].

Радиальные $\sigma_r^{ц}$ и тангенциальные $\sigma_\theta^{ц}$ температурные напряжения в цилиндре при установившихся температурах (T_1 на внутреннем радиусе $R_{вт}$ и T_2 на внешнем радиусе $R_{вш}$) составляют

$$\sigma_r^{ц} = C\left[\frac{\ln\gamma_1}{\ln\gamma_2} - \frac{\gamma_1^2-1}{\gamma_2^2-1}\right], \quad \sigma_\theta^{ц} = C\left[\frac{\ln\gamma_1 - 1}{\ln\gamma_2} + \frac{\gamma_1^2+1}{\gamma_2^2-1}\right], \quad (5.50)$$

где $\gamma_1 = R_в/r$; $\gamma_2 = R_в/r$; r — текущий радиус; $C = 0{,}5\,E\alpha_T(T_2 - T_1)/(1-\nu)$; ν — коэффициент Пуассона.

Аналогичные температурные напряжения в диске $\sigma_r^{д}$ и $\sigma_\theta^{д}$ составляют

$$\sigma_{r\theta}^{д} = (1-\nu)\sigma_{r\theta}^{ц}. \quad (5.51)$$

Тангенциальные температурные напряжения в тонкой цилиндрической оболочке при наличии градиента температур ΔT по ее толщине равны значению C из формул (5.50).

Для расчета температурных напряжений в сложных реальных конструкциях необходимо применение численных методов и программ расчета на ЭВМ.

Приведем примерную методику расчета одного из вариантов конструкции теплового моста, выполненного в виде спиц, расположенных между холодным ободом, находящимся при температуре жидкого азота, и теплой втулкой, имеющей комнатную температуру. Эти же спицы служат в данной конструкции основным несущим элементом, воспринимающим весовую и вибрационную нагрузки, а также передающим крутящий момент на ротор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения. Схема узла теплового моста показана на рис. 5.9.

Температурные напряжения в спицах возникают в связи с тем, что они оказываются дополнительно сжатыми из-за сжатия обода ΔR, которое больше собственного сжатия спицы Δl, находящейся при более высокой температуре. Деформация узла, определяющая температурные напряжения,

$$\delta = \Delta R - \Delta l. \quad (5.52)$$

Сжатия радиуса обода ΔR и спицы Δl равны

$$\Delta R = \alpha_T \Delta T R; \quad (5.53)$$

$$\Delta l = 0{,}5\alpha_T \Delta T l, \quad (5.54)$$

где l и R — длина спицы и радиус обода при комнатной температуре; ΔT — разница температур обода и втулки.

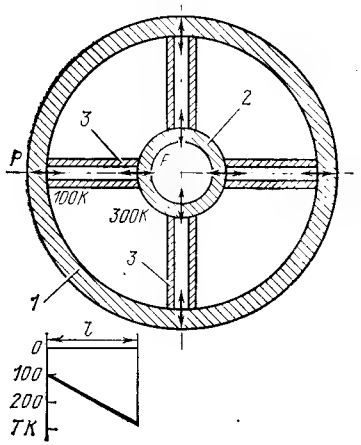


Рис. 5.9. Схема узла теплового моста:
1 — холодный обод; 2 — теплая втулка; 3 — спицы

Суммарная температурная деформация узла δ, вычисленная по (5.52), состоит из деформации обода Δr_1, спицы Δl и втулки Δr_2 под действием общей для всех элементов силы P, которую находят из условия

$$\delta = \Delta l + \Delta r_1 + \Delta r_2. \quad (5.55)$$

Деформация спицы под действием силы P

$$\Delta l = Pl/EF, \quad (5.56)$$

где l и F — длина и площадь поперечного сечения спицы.

Деформацию обода или втулки под действием сил P определяют по формуле для кольца, нагруженного радиальными сосредоточенными силами [5.10]:

$$\Delta r = \frac{Pr^3}{EI}\,\frac{1}{2\sin^2(\alpha/2)}\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{\sin\alpha}{4} - \frac{2\sin^2(\alpha/2)}{\alpha}\right) + \frac{Pr}{EF}\,\frac{1}{2\sin^2(\alpha/2)}\,\frac{\alpha+\sin\alpha}{4}, \quad (5.57)$$

где r, I, F — радиус кольца, момент инерции его поперечного сечения, площадь этого сечения; $\alpha = 2\pi/n$ — угол между точками приложения соседних сосредоточенных сил; n — число таких сил.

Второе слагаемое в (5.57) следует учитывать при $n > 8$.

Подставляя (5.56) и (5.57) в (5.55) и используя найденное по (5.52) значение δ, находим неизвестную силу P.

Температурные напряжения в спице $\sigma = P/F$.

Сила P вызывает в произвольном сечении θ обода и втулки изгибающий момент

$$M(\theta) = Pr\left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\cos(\alpha/2 - \theta)}{2\sin(\alpha/2)}\right] \quad (5.58)$$

и температурные напряжения $\sigma_и = M(\theta)/W$, где W — момент сопротивления сечения кольца.

В спицах наряду с температурными возникают еще напряжения от действия крутящего момента. Расчетная схема спицы и прилегающих к ней участков обода и втулки показана на рис. 5.10.

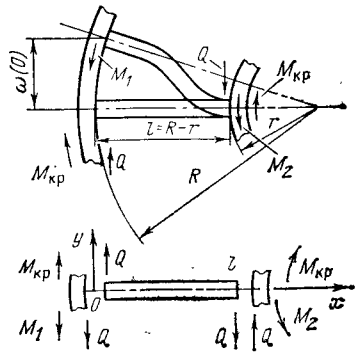


Рис. 5.10. Схема усилий в ободе, спице и втулке при передаче крутящего момента

Под действием крутящего момента $M_{кр}$, приходящегося на одну спицу, в ней появляются изгибающие моменты M_1 и M_2 и поперечная сила Q. Последняя постоянна по всей длине спицы. В соответствии с расчетной схемой справедливы уравнения равновесия

$$M_1 - QR = M_{кр};\quad M_2 - Qr = M_{кр}. \tag{5.59}$$

Интегрируя дифференциальные зависимости (5.3) для балки постоянного сечения, получаем известные выражения для моментов M, углов поворота φ и перемещений u:

$$\left.\begin{aligned} M &= M_1 + Qx, \\ \varphi &= -\frac{1}{EI}\left(M_1 x + Q\frac{x^2}{2} + C_1\right), \\ u &= \frac{1}{EI}\left(M_1\frac{x^2}{2} + Q\frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2\right). \end{aligned}\right\} \tag{5.60}$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 определяют из граничных условий

$$\varphi(l) = u(l) = 0;\quad \varphi(l) = u(l)/r;\quad \varphi(0) = u(0)/R. \tag{5.61}$$

Два последних условия означают, что спица в сечениях заделки всегда перпендикулярна ободу и втулке и даже при деформациях направлена в этих сечениях по радиусу.

Используя (5.60) и (5.61), находим

$$\left.\begin{aligned} &C_1 = -M_1 l - Ql^2/2,\quad C_2 = M_1 l^2/2 + Ql^3/3; \\ &M_1 = -Ql\,\frac{\alpha/3 + 1/2}{1 + \alpha/2},\quad M_2 = -Ql\,\frac{3/2 + 5\alpha/6}{1 + \alpha/2}, \end{aligned}\right\} \tag{5.62}$$

где $\alpha = l/R$ — отношение длины спицы к радиусу обода.

Подставляя (5.62) в (5.59), при заданном $M_{кр}$ получаем

$$\begin{gathered} M_1 = M_{кр}\alpha\,\frac{1/2 + \alpha\,3}{1 + \alpha + \alpha^2/3},\quad M_2 = M_{кр}\alpha\,\frac{3/2 + 5\alpha/6}{1 + \alpha + \alpha^2/3}, \\ Q = -\frac{M_{кр}}{R}\,\frac{1 + \alpha/2}{1 + \alpha + \alpha^2/3}. \end{gathered} \tag{5.63}$$

Из (5.63) видно, что при уменьшении радиуса втулки ($\alpha \to 1$) изгибающий момент в спице увеличивается ($M_2 \to M_{кр}$).

Напряжения изгиба в спице равны $\sigma = M/W$. Подставляя (5.63) в выражение для угла поворота (5.60) и используя (5.62), получаем

граничное значение угла поворота $\varphi(0)$, равное углу закручивания обода. Жесткость узла при кручении, которая используется при расчетах крутильных колебаний, равна

$$S = \frac{M_{кр}}{\varphi(0)} = \frac{EI}{l}\,\frac{1 + \alpha + \alpha^2/3}{\alpha^2/12}. \tag{5.64}$$

Аналогично вычисляют напряжения в спицах от действия весовой нагрузки ротора, а также жесткость спиц на поворот при изгибных колебаниях.

Напряжения в спицах, возникающие из-за различия деформаций обода и спиц при вращении, определяют по [5.13]. Все найденные в результате этих расчетов напряжения обусловливают результирующие напряжения в спице, которые не должны превышать предела текучести ее материала с учетом необходимого коэффициента запаса прочности.

Список литературы

1.1. **Высоцкий В. С., Карасик В. Р.** Проблемы создания сверхпроводящих магнитных систем, не полностью стабилизированных в тепловом отношении. — Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 3—13.

1.2. **Component** development for a 20-MVA cuperconducting generator/ P. A. Rios, M. J. Camble, M. J. Jefferies e. a. — Доклад ВЭЛК № 39, секция 1, М.: 1977. 22 с.

1.3. **Малоинерционные** криогенные электродвигатели/ Н. Н. Шереметьевский, А. С. Веселовский, В. А. Круглин и др. — Доклад ВЭЛК, № 7, секция 1, М.: 1977. 27 с.

1.4. **Глебов И. А., Данилевич Я. Б., Шахтарин В. Н.** Турбогенераторы с использованием сверхпроводимости. Л.: Наука, 1981. 230 с.

1.5. **Развитие** и исследование опытных криотурбогенераторов/ В. В. Домбровский, И. Ф. Филиппов, Б. И. Фомин, Г. М. Хуторецкий— Электросила, 1981, № 33, с. 3—14.

1.6. **Сверхпроводящие** турбогенераторы и будущее их развитие/ И. А. Глебов, Я. Б. Данилевич, В. Г. Данько, В. Н. Шахтарин — Доклад ВЭЛК, № 38, секция 1, М.: 1977. 23 с.

1.7. **Конструктивные** особенности и результаты тепловых испытаний статора криотурбогенератора/ В. А. Анохин, Э. В. Барбашев, И. М. Бройтман и др. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 52, с. 27—30.

1.8. **Криогенный** электродвигатель переменного тока со сверхпроводящей обмоткой возбуждения/ Н. Н. Шереметьевский, Н. Н. Плещунов, А. С. Веселовский и др. — Электротехника, 1981, № 8, с. 11—14.

1.9. **Генератор** переменного тока мощностью 100 кВт со сверхпроводящим индуктором/ А. С. Веселовский, В. Ф. Воробьев, В. Е. Кейлин и др. — Электричество, 1973, № 3, с. 43—57.

1.10. **Экспериментальные** униполярные двигатели со сверхпроводящими системами возбуждения/ Б. И. Веркин, М. И. Жучков, М. Н. Курочкин и др. — Тр. конференции по техническому использованию сверхпроводимости (Алушта), М.: Атомиздат, 1975, т. III, с. 25—33.

1.11. **Экспериментальная** сверхпроводниковая униполярная машина/ Б. Л. Алиевский, А. М. Октябрьский, В. Л. Орлов — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 2, с. 61—69.

1.12. **Особенности** работы скользящего контакта в электрической машине со сверхпроводящей системой возбуждения/ В. К. Калашников, В. А. Круглин, А. А. Пономарева и др. — Электротехника, 1981, № 8, с. 14—16.

1.13. **Appleton A. D.** Stadus of superconducting machines. — Applied superconductivity conference, Annapolis, 1972, p. 16—25.

1.14. **А. с. 440731 (СССР).** Токосъемное устройство/ Я. Г. Давидович, В. С. Платов. Опубл. в Б. И., 1974, № 31.

1.15. **Сверхпроводящие** материалы. Проспект-реклама. М.: Госкомитет по использованию атомной энергии СССР. 1973. 41 с.

1.16. **Многожильные** сверхпроводящие материалы для технического использования/ А. Д. Никулин, В. П. Потанин, Н. А. Черноплеков и

др. — Тр. конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Алушта, 1975, т. IV, с. 5—14.

1.17. **Специальные** электрические машины/ А. И. Бертинов, Д. А. Бут, С. Р. Мизюрин и др. М.: Энергоиздат, 1982. 552 с.

1.18. **Зенкевич В. Б., Андрианов В. В., Баев В. П.** Потери в комбинированных сверхпроводниках при быстром изменении магнитного поля. — Тр. конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Алушта, 1975, т. IV, с. 140—144.

1.19. **Трусов Н. Б.** Исследование воздействия переменного магнитного поля на сверхпроводящую обмотку возбуждения электрической машины. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 7, с. 742—747.

1.20. **Laskaris T. E.** A coding concept for improved field winding performance in large superconducting ac generators. — Cryogenics, 1977, № 4, p. 201—208.

1.21. **Влияние** термообработки на структуру и свойства многожильных проводников из ниобий-олова/ В. Я. Филькин, В. Ф. Гогуля, И. И. Давыдов и др. — Тр. конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Алушта, 1975, т. IV, с. 39—43.

1.22. **Свалов Г. Г., Белый Д. И.** Сверхпроводящие и криорезистивные обмоточные провода. М.: Энергия, 1976. 168 с.

1.23. **Bejan A., Smith J. Z.** Thermodynamic optimisation of mechanical supports for cryogenic apparatus. — Cryogenics, 1974, vol. 14, № 3, p. 159.

1.24. **Веркин Б. И., Житомирский И. М.** Определение расхода хладагента для термостатирования криоэлектромашин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5, с. 27—32.

1.25. **Кошелев П. Ф.** Механические свойства сплавов для криогенной техники. М.: Машиностроение, 1971. 368 с.

1.26. **Высокопрочные** и конструкционные сплавы для криогенных электрических машин/ Е. Б. Грановский, П. П. Пашков, Н. А. Сорорина, А. Н. Борзяк. — Доклад ВЭЛК, № 19, секция 1. М.: 1977, 25 с.

1.27. **Структура** и свойства никелевых сплавов для криогенных температур/ Н. А. Сорокина, Е. А. Ульянин, В. С. Тащилов и др. — Металловедение и термообработка, 1971, № 10, с. 20—23.

1.28. **Свойства** сталей, сплавов и их сварных соединений при низких температурах/ П. Н. Никитин, П. Ф. Кошелев, В. В. Каткова и др. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 55, с. 43—49.

1.29. **Конструкционный** никелевый сплав криогенных электрических машин/ Е. Б. Грановский, П. П. Пашков, В. Я. Ильичев. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 53, с. 49—54.

1.30. **Низкотемпературные** свойства и структура сварных соединений стали 12Х18Н10Т/ М. П. Афонин, Е. Б. Грановский, Н. Л. Правоверов и др. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 53, с. 54—57.

1.31. **Греков Н. А., Карымов А. А., Никитин П. З.** Сравнительные исследования и выбор конструкционных материалов для роторов криотурбогенераторов. — Strukturni stabilita austenitickych oceli v podminkach nizkych a velminzkych teplot, Plzen, 1979, с. 3—15.

1.32. **Stekly Z. J. J., Woodson H. H., Hatch A. M.** A stady of alternators with superconducting field windings. — IEEE Transactions of power apparatus and systems, 1966, № 3, p. 274—280.

1.33. **Appleton A. D., Mac Nab R. B.** A model superconducting motor. — Bulletin international institute of refrigeration, Annex, 1961, vol. 1, p. 261—267.

1.34. **Генератор** переменного тока со сверхпроводящим индуктором мощностью 100 кВт/ А. С. Веселовский, В. Ф. Воробьев, В. Е. Кейлин и др. — Препринт ИАЭ № 2182, М.: 1972, с. 16.

1.35. **О разработке** и создании электрических машин на сверхпроводниках/ Ю. В. Блохин, Г. Г. Борзов, С. Н. Пылинина и др. — В кн.: Некоторые вопросы исследования газоразрядной плазмы и создания сильных магнитных полей. М.: Наука, 1970, с. 40—43.

1.36. **Five-MVA** superconducting generator development/ Mole C. J., Fagan T. J. e. a. — Advances in cryogenic engineering, 1973, vol. 18, p. 394—399.

1.37. **High** speed superconducting generator. — IEEE Transactions on magnetics/ Parker J. H. e. a., 1977, vol. 13, p. 755—758.

1.38. **Appleton A. D.** Superconducting de machines superconducting machines and devices. — Plenum press, New York, 1974, p. 276.

1.39. **Эплтон Э. Д.** Судовой привод на базе сверхпроводниковых электрических машин. — Тр. конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Алушта, 1975, т. III, с. 76—87.

1.40. **Parker J. H., Towne R. A.** Progress in superconducting turbine generator design. — IEEE PES, Text «A», Pap winter meet, New York, 1977.

1.41. **Бертинов А. И., Алиевский Б. Л., Троицкий С. Р.** Униполярные электрические машины. М.: Энергия, 1966. 312 с.

2.1. **Демирчян К. С.** Моделирование магнитных полей. Л.: Энергия, 1974. 288 с.

2.2. **Тозони О. В.** Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975. 296 с.

2.3. **Данилевич Я. Б.** Добавочные потери в турбо- и гидрогенераторах. Л.: Наука, 1973. 214 с.

2.4. **Домбровский В. В., Хуторецкий Г. М.** Основы проектирования электрических машин переменного тока. Л.: Энергия, 1974. 504 с.

2.5. **Куевда В. П., Предоляк Н. А.** Расчет электромагнитного поля, параметров и электродинамических усилий, действующих на обмотки криогенной синхронной машины. — Препринт ИЭД АН УССР № 88, 1975, 57 с.

2.6. **Белоусова В. В., Чашин Б. Б., Чечурин В. Л.** Расчет магнитного поля в торцевой зоне криоэлектромашин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6, с. 97—103.

2.7. **Реализация** метода конечных элементов на ЭВМ для расчета двумерных электрических и магнитных полей/ К. С. Демирчян, Ю. Н. Ефимов, Л. Б. Сапожников, Н. И. Солнышкин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 1, с. 142—148.

2.8. **Учет** влияния поверхностного эффекта на магнитное поле криоэлектрической машины методом конечных элементов/ К. С. Демирчян, Н. И. Солнышкин, А. Д. Эрист, И. С. Бомштейн. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6, с. 33—42.

2.9. **Брынский Е. А., Данилевич Я. Б., Яковлев В. И.** Электромагнитные поля в электрических машинах. Л.: Энергия, 1979. 176 с.

2.10. **Петровский И. Г.** Лекции по теории интегральных уравнений. М.: Наука, 1965. 128 с.

2.11. **Верлань А. Ф., Сизиков В. С.** Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка, 1978. 292 с.

2.12. **Бахвалов Н. С.** Численные методы. М.: Наука, 1973. 632 с.

2.13. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 224 с.

2.14. **Нахамкин А. М., Розенкноп В. Д., Рубинраут А. М.** Электромагнитные расчеты криогенных электрических машин на ЭВМ. — Электротехника, 1978, № 6, с. 47—52.

2.15. **Нахамкин А. М., Рубинраут А. М.** Исследование шихтованного ферромагнитного экрана криогенной электрической машины. — Электричество, 1980, № 6, с. 24—30.

3.1. **Электромагнитные** и тепловые процессы в концевых частях мощных турбогенераторов. Киев: Наукова думка, 1971. 360 с.

3.2. **Чубраева Л. И.** Добавочные потери в обмотке статора турбогенератора беззубцового исполнения. — В кн.: Методы расчета турбо- и гидрогенераторов. Л.: Наука, 1975, с. 29—41.

3.3. **Нахамкин А. М., Розенкноп В. Д., Рубинраут А. М.** Вопросы создания системы автоматизированного проектирования криогенных электрических машин. — Тр. ВНИИЭМ, 1980, т. 63, с. 43—53.

3.4. **Розенкноп В. Д., Рубинраут А. М., Нахамкин А. М.** Определение индуктивных сопротивлений криогенных синхронных электрических машин на ЦВМ. — Тр. ВНИИЭМ, 1976, т. 47, с. 20—26.

3.5. **Стабилизация** сверхпроводящих магнитных систем/ В. А. Альтов, В. Б. Зенкевич, М. Г. Кремлев, В. В. Сычев. М.: Энергия, 1975. 327 с.

4.1. **Веркин Б. И., Житомирский И. С.** Определение расхода хладагента для термостатирования обмоток криоэлектромашин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5, с. 102—108.

4.2. **Каганер М. Г.** Тепломассообмен в низкотемпературных теплоизоляционных конструкциях. М.: Энергия, 1979. 256 с.

4.3. **Горбачев С. П.** Использование холода выходящих паров в криогенных сосудах. — В кн.: Вопросы современной криогеники. М.: Внешторгиздат, 1973, с. 184—197.

4.4. **Житомирский И. С., Романенко В. Г.** Решение задач теплопроводности, связанных с лучистым и конвективным теплообменом на графах. — В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Киев: Наукова думка, 1974, вып. IV, с. 23—31.

4.5. **Вращающий** криостат синхронного криогенного турбогенератора/ В. Б. Белов, А. С. Веселовский, Н. С. Душков и др. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 52, с. 85—92.

4.6. **Сверхпроводящие** машины и устройства. М.: Мир, 1977, с. 340—344.

4.7. **Буянов Ю. Л., Фратков А. Б.** Токовводы для криогенных устройств. — ПТЭ, 1974, № 4, с. 5—14.

4.8. **Tsao Ch. K.** Power loss and temperature distribution of a gas cooled cryogenic current lead. — Cryogenics, 1974, vol. 14, p. 601—605.

4.9. **Bejan A., Cluss E. M. J.** Criterion for burn — up conditions in gas-cooled cryogenic current leads. — Gryogenics, 1976, vol. 16, p. 515—519.

4.10. **Aharonian G.** Behaviour of power leads for superconducting magnets. — Cryogenics, 1981, vol. 21, p. 145—148.

4.11. **Каганер М. Г.** Тепломассообмен в низкотемпературных теплоизоляционных конструкциях. М.: Энергия, 1979. 256 с.

4.12. **Уоинг Х.** Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М.: Атомиздат, 1979. 216 с.

4.13. **Исследование** режимов захолаживания и криостатирования на модели вращающегося криостата/ А. С. Веселовский, Л. А. Гаврилов, Н. Б. Трусов. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 52, с. 93—98.

4.14. **Справочник** по физико-техническим основам криогеники/ Под ред. М. П. Малкова. М.: Энергия, 1973. 392 с.

4.15. **Расчет** двух конструктивных элементов криостатов, охлаждаемых общим газовым потоком/ А. С. Веселовский, В. И. Геминтерн, Е. В. Лебедева. — Тр. ВНИИЭМ, 1977, т. 52, с. 68—75.

5.1. **Прочность,** устойчивость, колебания/ Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968, т. 1, 831 с.

5.2. **Цырлин А. Л., Кравцова Е. В.** Метод расчета собственных частот изгибных колебаний систем соосных роторов. — Тр. ВНИИЭМ, 1980, т. 65, с. 84—90.

5.3. **Позняк Э. Л., Цырлин А. Л.** Вынужденные колебания и устойчивость произвольных роторных систем на подшипниках скольжения. — Механика твердого тела, 1967, № 2, с. 25—37.

5.4. **Вибрация** в технике/ Под ред. В. В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. Т. 1. 352 с.

5.5. **Цырлин А. Л.** Динамика роторов двоякой жесткости. — Тр. ВНИИЭМ, 1971, т. 37, с. 198—222.

5.6. **Горшков А. И., Коварский М. Е., Цырлин А. Л.** Крутильные колебания при переходных процессах в криогенных электрических машинах.—Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1983, № 5, с. 22—23.

5.7. **Ивович В. А.** Переходные матрицы в динамике упругих систем. М.: Машиностроение, 1969. 199 с.

5.8. **Коварский М. Е., Рубинраут А. М., Цырлин А. Л.** Усилия и напряжения в роторе криотурбогенератора при коротком замыкании.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 2, с. 57—66.

5.9. **Вибрации** в технике/ Под ред. К. С. Колесникова, Ф. М. Дименберга. М.: Машиностроение, 1978, т. 3. 544 с.

5.10. **Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Шнейдерович Р. М.** Расчет на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1966. 616 с.

5.11. **Коваленко А. Д.** Пластины и оболочки в роторах турбомашин. Киев: Изд. АН УССР, 1955. 303 с.

5.12. **Справочник** по физико-техническим основам криогеники. М.: Энергия, 1973. 392 с.

5.13. **Энциклопедический справочник «Машиностроение».** М.: Машиностроение, 1947, т. 1. 456 с.

Оглавление

Предисловие 3

Введение 5

Глава первая. **Общие вопросы разработки криогенных электрических машин** 8

1.1. Классификация 8
1.2. Особенности конструкции 10
1.3. Сверхпроводниковые материалы 32
1.4. Конструкционные материалы 38
1.5. Обзор основных исследований, проводимых по КЭМ в СССР и за рубежом 43

Глава вторая. **Метод расчета трехмерного магнитного поля в криогенных электрических машинах** 48

2.1. Постановка задачи и выбор метода расчета 48
2.2. Расчет магнитного поля в однородной среде 52
2.3. Расчет магнитного поля с учетом нелинейности ферромагнитного экрана 54
2.4. Расчет магнитного поля с учетом шихтовки ферромагнитного экрана 66
2.5. Расчет вихревых токов в ферромагнитном экране . . 74

Глава третья. **Параметры и характеристики криогенных электрических машин** 78

3.1. Активное сопротивление обмотки статора 78
3.2. Синхронное идуктивное сопротивление обмотки статора 82
3.3. Потери в ферромагнитном экране и стяжных шпильках 85
3.4. Характеристика холостого хода 87
3.5. Программное обеспечение электромагнитных расчетов КЭМ переменного тока на ЭВМ 95

Глава четвертая. **Тепловой расчет криогенных электрических машин** 99

4.1. Назначение и режимы работы системы криостатирования 99
4.2. Описание системы криостатирования с помощью тепловой схемы 100
4.3. Методы расчета режимов криостатирования 101
4.4. Расчетная модель криостатов с охлаждаемыми тепловыми мостами и экранами 105
4.5. Расчетная модель криостата с совместным охлаждением подвесок, экранов и токовводов 112
4.6. Расчет охлаждаемых токовводов 117
4.7. Расчет режима захолаживания 125

Глава пятая. Вопросы динамики и прочности криогенных электрических машин с вращающимся криостатом . . . 129

5.1. Специфика конструкции криостата 129
5.2. Изгибные колебания 130
5.3. Крутильные колебания 140
5.4. Электродинамические усилия в экранах при переходных процессах 152
5.5. Температурные напряжения в тепловом мосте . . . 157

Список литературы 162